Олімпіадні задачі з фізики

ПЕРЕДМОВА

Фізичні олімпіади – це перш за все змагання на високому і найвищому рівнях. Тому олімпіадні завдання складають задачі високої складності. До них відносяться: задачі які допускають різні підходи до розв’язування; задачі, розв’язки яких потребують залучення матеріалу різних розділів фізики і навіть інших дисциплін; задачі з елементами альтернативи; задачі з даними, які завуальовані в умові; задачі, розв’язування яких потребує імовірнісних суджень.

Розв’язування олімпіадних задач посильне лише окремим здібним і досить гарно підготовленим учням. Майже кожна олімпіадна задача вимагає особливого підходу і розуміння, а процес розв’язування не лише граничної уваги, а й волі до подолання труднощів та твердих навичок розв’язування шкільних задач. Виконаний розв’язок повинен підлягати обґрунтуванню законами і правилами фізичної науки з дотриманням прийнятої термінології. У цілому олімпіадні задачі можна охарактеризувати як задачі підвищеної складності, не стандартні за умовою і методами їх розв’язку.

За останні роки складено велику кількість олімпіадних задач, написані збірники та посібники до їх розв’язку. Утім у більшості випадків них відсутні алгоритми принаймні до розв’язування хоч однієї групи задач, автори обмежуються висвітленням з різною глибиною розв’язків окремих або більшості задач, до решти наводяться відповіді.

Підготовка до олімпіади – процес досить трудоємкий. Досвід переконує, що, як правило, найбільшого успіху в них досягають учні тих шкіл, де ведеться добре продумана індивідуальна робота з найбільш здібними та обдарованими дітьми, систематична і цілеспрямована підготовка до олімпіад. Досить незначна кількість таких шкіл фігурує в переліку переможців. Практично в кожній школі є талановиті й здібні учні, проте для виявлення і розвитку їхніх здібностей не створені відповідні умови, зокрема, відсутність належного рівня підготовки, організації і проведення фізичних олімпіад. Основна причина – недостатній рівень цілеспрямованої підготовки фахівців з такого напрямку, що виражається у низькому рівні сформованості умінь вчителів розв’язувати різноманітні олімпіадні задачі. Такі вміння формуються в процесі регулярного розв’язування та аналізування розв’язків олімпіадних задач як під час навчання у ЗВО, так і по тому.

Приймаючи до уваги, що ряд задач відносяться до тем, які не вивчаються у школі у повному обсязі, та і досвід показує, що інколи навіть досвідчені фахівці не можуть відшукати у своїй пам’яті суть якоїсь закономірності чи її математичного вираження, тому в цих рекомендаціях в повному обсязі наведені фізичні формули відповідно до змісту курсу елементарної фізики, а також формули з алгебри, геометрії та тригонометрії, диференціального та інтегрального числень, таблиці основних фізичних сталих та ряд інших довідникових матеріалів. Названі матеріали наведені в додатках, а не окремими частинами біля задач до певного розділу чи теми. Це виправдано тим, що розв’язування переважної кількості олімпіадних задач потребує звернення до довідок різних розділів, які сконцентровані разом і не потребують блукання по посібнику для їх відшукання. Для значної кількості задач не знайдено подібної за характерними ознаками об'єднання в окрему групу. Такі задачі з розв'язками розташовані в кінці груп задач відповідного розділу або теми.

У процесі розв'язування олімпіадних задач корисно дотримуватись таких рекомендацій:

1. Навчіться вірно читати задачу. Приступаючи до її читання, ніколи не пропускайте поза увагою, що кожна задача складається з двох смислових частин – запитальної і посилальної.

2. В процесі читання задачі в першу чергу чітко уявіть собі, зрозумійте і засвойте те, про що у ній запитується, що від вас вимагається. Повторні читання умови задачі в процесі розв'язування допоможуть усвідомити суть матеріалу на який посилаються і його взаємозв'язки з шуканою величиною.

3. Аналізуючи умову задачі, прикиньте, які дані, закони, правила чи закономірності, пов'язані з шуканою величиною, можуть бути залученими додатково.

4. Складіть план розв'язування задачі.

5. Виберіть зручні для розв'язування одиниці вимірювання фізичних величин, випишіть дані умови задачі і інші дані, які необхідні для розв'язування і розпочинайте виконання розв'язку.

6. Пам'ятайте, що аналіз умови задачі, складання плану і оформлення розв'язку будуть значно полегшені, якщо виконати відповідний рисунок або схему.

7. Розв'язавши задачу, оцініть відповідь і подумайте над тим, як можна перевірити хід розв'язку та одержаний результат.

Як і в будь-якому збірнику задач автори посібника претендують переважно на роль упорядників і редакторів змісту задач.

ТЕОРЕТИЧНИЙ ТУР
8-й клас
Механічний рух

Розв'язування задач відповідно до змісту курсу 7 класу зводиться до відшукання однієї з трьох величин: шляху, часу руху, швидкості.

Під час визначення середньої швидкості руху тіла доцільно виходити із основної формули: $v_c = \frac{s}{t}$. Важливо запобігати поширеній помилці, коли намагаються розрахувати середню швидкість як середнє арифметичне швидкостей тіла на різних ділянках шляху (це допустимо лише тоді, коли час проходження цих ділянок тілом однаковий).

Якщо в умові задачі мова йде про рух кількох тіл, то для кожного з них потрібно записати закон руху, виходячи з умови задачі. Вибір системи відліку необхідно здійснювати так, щоб форма запису рівнянь кожного з тіл була найпростішою.

Розв'язання задач на рух одних тіл відносно інших, які в свою чергу теж рухаються відносно тіла, прийнятого за нерухоме (найчастіше його зв'язують із Землею), розпочинають з вибору системи відліку. Для цього потрібно насамперед старанно проаналізувати умову задачі і з'ясувати до якої системи належать задані і шукані характеристики руху. Потім потрібно обрати рухому і нерухому системи відліку, зв'язавши їх з тілами, відносно яких розглядається рух, вказати кінематичні характеристики рухів відносно цих систем і записати рівняння руху окремо для рухомої і нерухомої систем відліку. Записуючи ці рівняння треба стежити за тим, щоб початок відліку часу був однаковим для всіх тіл, які беруть участь в рухах.

Такі задачі можна умовно поділити на:

1) задачі, в яких тіло під час його руху можна вважати матеріальною точкою, а його відносний рух відбувається вздовж однієї прямої, і вибір тіла відліку заздалегідь визначено умовою задачі;

2) задачі, в яких тіло під час його руху можна вважати матеріальною точкою, а відносний рух системи відліку відбувається не вздовж однієї прямої (задачі на розрахунок курсу човна або людини на рухомому плоту, ескалаторі тощо);

3) задачі, в яких рух тіла і відносний рух системи відліку відбуваються вздовж однієї прямої, але вибір тіла відліку неоднозначний і поздовжніми розмірами хоча б одного з них не можна в даній задачі нехтувати і вважати його матеріальною точкою (задачі на відносний рух

ескалаторів, потягів тощо);

4) складні задачі на обчислення відносних переміщень і швидкостей двох тіл, що рухаються під кутом одне до одного (потребують виконання детального рисунку за яким, вибравши відповідний масштаб, легко пересвідчитися у достовірності одержаного результату.

При побудові графіків швидкості не слід обмежуватись лише додатнім значенням швидкості. Рух із від'ємною швидкістю означає, що тіло рухається у напрямку протилежному вибраній системі координат. Не слід також ототожнювати графік руху із траєкторією у випадку нерівномірного руху тіла.

Задача 1. Команді з двох осіб потрібно подолати відстань між пунктами А і В (20 км). Команда має один велосипед, на якому зі швидкістю 20 км/год може їхати лише одна людина. Швидкість пішохода 6 км/год. За який мінімальний час і як команда прибуде в пункт *B*. Залік часу ведеться за останнім членом команди.

Розв'язок. Час руху команди буде мінімальним при умові, що час руху обох спортсменів пішки однаковий $t_{11} = t_{12} = t_1$ і час руху спортсменів на велосипеді однаковий $t_{21} = t_{22} = t_2$. Ці умови виконуються, якщо кожний спортсмен половину дороги йде пішки, а решту їде на велосипеді. Перший спортсмен стартує на велосипеді й на середині дистанції залишає велосипед, а далі йде пішки. Другий спортсмен робить все навпаки.

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_2} = \frac{l}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) = 2\textit{год}.10\textit{хв}.$$

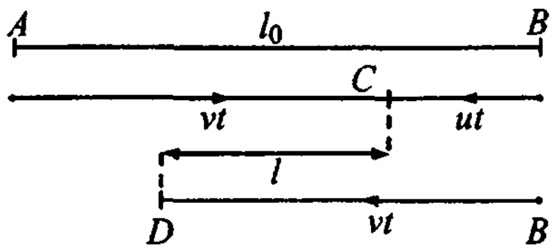


Рис. 1.

Задача 2. Спортсмени біжать з однаковими швидкостями v колоною довжини l_0. Назустріч їм біжить тренер з швидкістю u (u < v). Спортсмен, порівнявшись з тренером, біжить назад з тією ж швидкістю v. Яка буде довжина колони, коли всі спортсмени розвернуться?

Розв'язок.

На рис. 1 $AB = l_0$ – колона, що зустріла тренера у точці *B*. Точка *C* – місце зустрічі тренера з останнім спортсменом колони, l_0 = vt + ut, звідси:

$$t = \frac{l_0}{u + \text{v}},$$

де t – час формування нової колони, в якій перший спортсмен з точки B перемістився в точку D, а останній спортсмен знаходиться у точці C. Тоді довжина нової колони:

$$l = \text{v}t - ut = \frac{(\text{v} - u)l_0}{u + \text{v}}.$$

Задача 3. Спостерігаючи за потягом, що рівномірно рухається, хлопчик встановив, що повз початок залізничної платформи потяг рухався 24 секунди, повз всю платформу пройшов за 40 секунд. Помірявши довжину платформи, яка дорівнювала 140 м, хлопчик визначив швидкість і довжину потяга. Які числові значення цих фізичних величин хлопчик одержав?

Розв'язок.

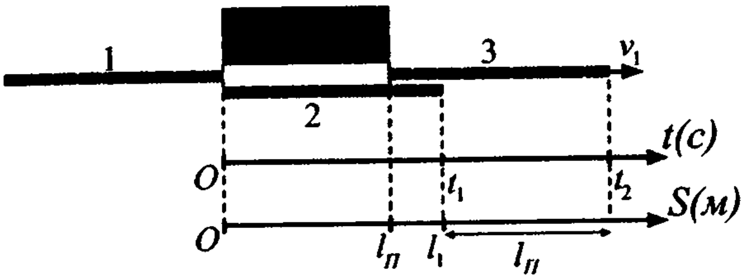


Рис. 2.

На рисунку 2 зображено: 1 – потяг у момент часу, коли він почав проходити повз край платформи, 2 – потяг закінчив проходити край платформи, 3 – потяг закінчив проходити повз платформу, l_n – довжина платформи, l_2 – довжина потяга. З рисунка:

$$\text{v} = \frac{l_n}{t_2 - t_2} = 15\frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$l_1 = \text{v}t_1 = 360 \text{ м}.$$

Задача 4. Відстань між кінцевими зупинками трамваю дорівнює 5 *км*. На маршруті рівномірно курсують 10 трамваїв. Пасажир трамваю визначив, що зустрічні трамваї проїжджають повз нього через кожні дві хвилини. Визначте швидкість трамваю.

Розв'язок.

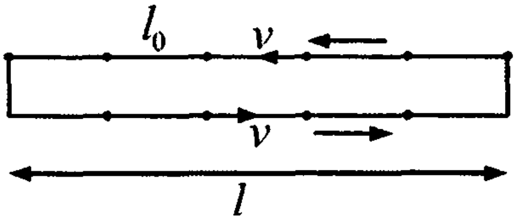


Рис. 3.

Трамваї по маршруту розподілені рівномірно рис. 3, тому відстань між ними:

$$l_0 = \frac{2l}{N},$$

де l – відстань між кінцевими

зупинками трамваю; N – кількість зустрічних трамваїв маршруту (їх 9, у 10-му їде спостерігач).

Час між зустрічами трамваїв:

$$t = \frac{l_0}{\text{v} + \text{v}},$$

звідси

$$\text{v} = \frac{l_0}{2t} = \frac{l}{Nt} = 4{,}6\ \frac{м}{с}.$$

Задача 5. З якою швидкістю, відносно Землі, рухаються верхні та нижні ланки гусениць трактора, якщо його швидкість v = 10 км/год?

Розв'язок. Розгляньмо рух колеса, що котиться без проковзування. Нехай вісь колеса (а це є частина автомобіля чи трактора) має швидкість v відносно Землі. Тоді рух різних точок на ободі колеса розглядатимемо як суму двох рухів: поступального руху вісі колеса і обертального руху точок обода навколо вісі $\text{v}_{об}$, рис. 4.

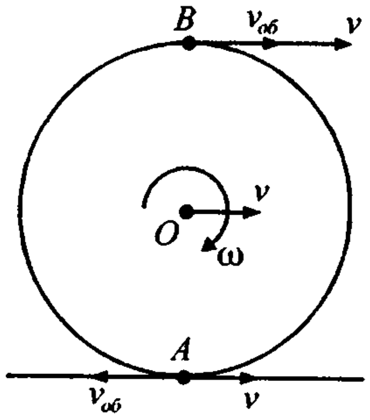


Рис. 4.

Розгляньмо точку A. Ця точка нерухома відносно Землі (відсутні проковзування). Це означає, що з відсутністю проковзування поступального руху вісі колеса (автомобіля, трактора) і обертального руху точок обода - рівні $\text{v}_{об} = \text{v}$, отже $\text{v}_a = 0$. У точці B швидкості поступального і обертального руху додаються, тому

$$\text{v}_B = \text{v}_{об} + \text{v} = 2\text{v}.$$

Верхня ланка гусениці трактора має таку ж швидкість, що й точка B: $\text{v}_1 = 2\text{v} = 20$ км/год. Нижня – нерухома як і точка А: $\text{v}_2 = 0$.

Задача 6. Паралельними коліями назустріч один одному рухаються два потяги: пасажирський довжиною 300 м зі швидкістю 60 км/год і вантажний зі швидкістю 40 км/год. Машиніст пасажирського потяга виміряв, що вантажний потяг проїжджає повз нього за 21,6 с. Визначте відстань від точки зустрічі потягів до точки розходження.

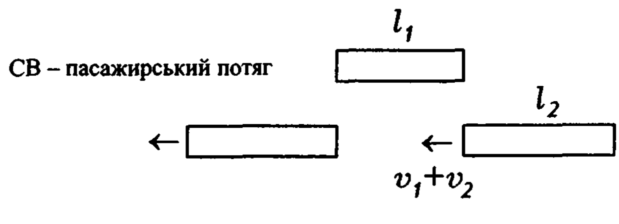


Рис. 5.

Розв'язок. Відносна швидкість потягів $v = v_1 + v_2$. Довжина вантажного потягу (рис. 5):

$$l_2 = vt = (v_1 + v_2)t\,.$$

Визначимо час t_1, за який потяги розминуться. Відносно пасажирського потяга

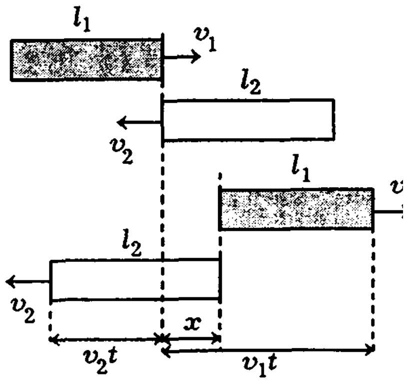


Рис. 6.

$$t_1 = \frac{l_1 + l_1}{v_1 + v_2}$$

З рисунка 6 маємо:

$x=-v_2t_1+l_2$, або $x=v_1t_1-l_1$

Скористаймось рівнянням (1):

$$x = -v_2t_1 + (v_1 + v_2)t = -v_2\frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} + (v_1 + v_2)t =$$

$$= -v_2\frac{l_1 + (v_1 + v_2)t}{v_1 + v_2} + (v_1 + v_2)t = -\frac{v_2 l_1}{v_1 + v_2} + v_1 t\,.$$

Точка розходження потягів знаходиться на відстані 180 м праворуч від точки зустрічі потягів (якщо $x < 0$, це означало б, що точка розходження потягів знаходиться ліворуч від точки зустрічі).

Задача 7. Теплохід на підводних крилах рухався по Дніпру з пункту *A* до пункту *B,* потім повернувся з *B* до пункту *A*. На його шляху було водосховище. Швидкість течії Дніпра v_0, швидкість течії у водосховищі мізерно мала, швидкість теплохода у стоячій воді v_1. Більше чи менше часу затратив би на ту ж саму дорогу теплохід, коли б водосховища не було, і річка скрізь текла б зі швидкістю v_0?

Розв'язок. Розгляньмо ділянку водосховища. Загальний час руху по водосховищу (в обидва боки) $t_1 = 2\frac{l}{v_1}$) . Якщо у водосховищі вода рухатиметься зі швидкістю v_0, тоді загальний час руху:

$$t_2 = \frac{l}{v_1 + v_0} + \frac{l}{v_1 - v_0} = \frac{2lv_1}{v_1^2 - v_0^2}$$

Знайдімо

$$t_2 - t_1 = 2l\left(\frac{v_1}{v_1^2 - v_0^2} - \frac{1}{v_1}\right) = \frac{2lv_0^2}{v_1(v_1^2 - v_0^2)} > 0$$

Зрозуміло, що $v_1 > v_0$, $t_2 > t_1$ – це означає, що при відсутності водосховища, час на дорогу більший.

Задача 8. Співробітники астрономічної обсерваторії виявили космічний об'єкт, що рухався прямо на Землю. Виміряли у момент відкриття віддаль до об'єкта – вона дорівнювала 10 астрономічних одиниць (1 а.о.=150 000 000 км).Через 40 хвилин об'єкт було виявлено на відстані 5 а. о. Від Землі. Визначити, з якою швидкістю об'єкт наближався до Землі.

Розв'язок. Перший сигнал, прийнятий на Землі, було надіслано до об'єкта раніше на $\frac{l_1}{c}$, де l_1 –віддаль до об'єкта в момент посилання сигналу, c – швидкість світла. Отже сигнал випромінювався в момент часу:

$$\tau_1 = t_1 + \frac{l_1}{c}.$$

Для другого сеансу:

$$\tau_2 = t_2 + \frac{l_2}{c},$$

тоді швидкість наближення об'єкта до Землі:

$$v = \frac{l_1 - l_2}{\tau_1 - \tau_2} = \frac{l_1 - l_2}{t_1 + \frac{l_1}{c} - t_2 - \frac{l_2}{c}} = 1{,}53 \cdot 10^5 \, (м/с)$$

Задача 9. Два весляра, веслуючи з однаковою силою, пливуть на човнах: перший – за течією річки, другий – проти течії. Коли човни розминались, один із спортсменів кинув у човен іншого естафетну дерев'яну паличку. Спортсмени не помічають, що паличка влучила у воду на лінії зустрічі човнів і продовжують рухатися із тими самими швидкостями. Через 10 хв після цього спортсменам повідомили, що паличка пливе за течією ріки, тому вони змінили напрямок руху на зворотній. Яка швидкість течії, якщо другий спортсмен може наздогнати естафетну паличку на віддалі 2 *км* від місця зустрічі човнів? На якій віддалі від місця зустрічі човнів зустрінеться із паличкою перший спортсмен?

Розв'язок. Виберемо систему відліку, що зв'язана із водою. У цій системі паличка, що впала у воду, нерухома, а спортсмени на протязі 10 хв віддаляються від палички з однаковою швидкістю; коли вони повернуть, то рухатимуться з такими ж швидкостями, а тому рухаються знову ж 10 хв. Отже, вони допливуть до естафетної палички одночасно і повний час їх руху складатиме $2t$=10 хв. За цей час паличка разом з течією річки віддалиться на l=2 км. Для швидкості течії знаходимо: v= $\frac{l}{2t} = 6$ км/год. Зрозуміло, що перший весляр наздожене паличку у тому ж місці, що й другий, бо вони міняються місцями (симетрія).

Зв'язок між масою, густиною і об'ємом

Задача 10. При дослідженні хмари встановили, що середній об'єм краплини води в ній дорівнює 0,000004 мм^3. Знайти масу води в хмарі об'ємом 1 м^3, якщо у хмарі об'ємом 0,1 см^3 в середньому 140 крапель?

Розв'язок. Враховуючи, що 0,1 см^3=100 мм^3, з пропорції

$$\frac{100\,мм^3}{10^9\,мм^3} = \frac{140}{x}$$

знаходимо, що у хмарі об'ємом 1 м^3 є $14\cdot10^8$ крапель. Їх об'єм дорівнює $V=4\cdot10^{-6}\cdot14\cdot10^8 = 56\cdot10^2$ (мм^3), або 5,6 см^3. Тому маса води у хмарі об'ємом 1 $м^3$ дорівнює (1 г/см^3)·5.6 см^3=5,6 г.

Задача 11. Мачуха змішала в одному мішку кукурудзу та овес. Допоможіть Попелюшці визначити фізичними методами процентний вміст (по об'єму) кукурудзи та вівса в мішку. Що для цього Вам потрібно?

Розв'язок. Для визначення процентного вмісту Попелюшці потрібно виміряти:

1. m (масу) і V (об'єм) суміші;
2. ρ_1 і ρ_2 – відповідно густина кукурудзи і вівса. (Для визначення ρ_1 і ρ_2 потрібно відібрати невелику кількість чистої кукурудзи і вівса й визначити $\rho_1 = \dfrac{m_{10}}{V_{10}}$; $\rho_2 = \dfrac{m_{20}}{V_{20}}$). Об'єм суміші у мішку дорівнює сумі об'ємів кукурудзи – V_1 і вівса – V_2 :

$$V = V_1 + V_2 \quad (1)$$

Маса суміші: $$m = m_1 + m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 \quad (2)$$

Розв'яжемо систему рівнянь (1) і (2):

$$V_1 = \frac{m - \rho_2 V}{\rho_1 - \rho_2}\,,\ V_2 = \frac{m - \rho_1 V}{\rho_2 - \rho_1}\,,$$

$$\alpha_1 = \frac{V_1}{V} = \frac{\frac{m}{V} - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}\ ;\ \alpha_2 = \frac{V_2}{V} = \frac{\frac{m}{V} - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}\ .$$

Якщо $V \neq V_1 + V_2$, Попелюшці потрібно розділити всю суміш.

Тиск у рідинах

Успіх розв'язування задач з даної теми залежить від правильного визначення так званої опорної точки: стану, умови, положення етапу протікання явища, процесу.

В задачах на сполучені посудини важливо раціонально визначити рівень у посудинах, відносно якого проводять подальші розрахунки. Таким за звичай обирають рівень, нижче якого у посудинах рідина однорідна.

Інколи у процесі розв’язування задачі, де фігурують кілька однорідних тіл, густини яких відомі, доцільно використати значення цих густин із проміжним виконанням до них математичних дій. Це дозволить уникнути громіздких записів, замінивши вирази одним числом.

Для розрахунку сили тиску рідини слід врахувати лінійну залежність тиску від висоти стовпа рідини, а отже можна брати середнє значення тиску (тиск на половині висоти стовпа рідини).

Для задач на архімедову силу варто врахувати, що при плаванні тіла архімедові сила дорівнює вазі тіла. Якщо при цьому тіло повністю занурене і плаває, то його середнє значення густини можна вважати рівним значенню густини рідини.

Якщо тіло неоднорідне, то розрахунок його повної ваги складає суму ваги кожного складового, архімедові ж сила визначається лише об’ємом занурених частин кожної складової.

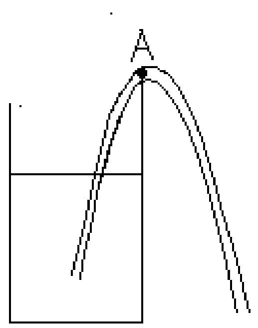


Рис.7.

Сила взаємодії підвішеного тіла із рідиною у посудині, в яку це тіло занурене, визначається лише архімедової силою. Якщо ж занурене тіло лежить на дні посудини, то необхідно врахувати і його вагу.

Задача 12. У циліндричну бочку висотою 2 м налито 800 л води. Діаметр бочки – 1 м. У верхній кришці є невеликий отвір, через який можна просунути всередину шланг. Чи можна через цей шланг висмоктати воду з бочки, якщо зі висмоктуванням створюється розрідження з тиском $5\text{-}10^4$ Па? Відповідь обґрунтуйте.

Розв’язок. Опустімо шланг у бочку як зображено на рис. 7 (сифон) і створюватимемо розрідження у шланзі. Вода підніматиметься і якщо вона досягне верхньої точки, то далі при незмінному розрідженні вона почне опускатися. Коли вода опуститься нижче рівня води у бочці, то далі рухатиметься навіть без розрідження у шлангу (так працює сифон).

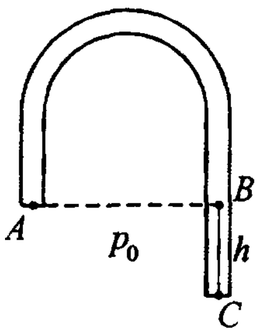


Рис. 8.

Нехай маємо шланг заповнений водою (вода нерухома) як зображено на рис. 8, тоді тиск у точках *A* та *C* $p_a = p_c = p_0$, а у точці *B:*

$$p_в = p_c - \rho gh = p_0 - \rho gh.$$

Тиски у точках *A* і *B* різні, що ніби суперечить закону сполучених посудин, тобто рідина у шлангу рухається від точки *A,* де тиск більший, до точки *B,* де тиск менший. Завдяки тому, що рідина рухається, і не виконується закон сполучених посудин.

Визначимо на яку висоту *h* підніметься вода при створенні у шлангу розрідження $p_1 = 5 \cdot 10^4$ Па. У статичному стані тиски у точках *A* і *B* (рис. 8) рівні за законом сполучених посудин

$p_a = p_в$, $p_a = p_0 = 10^5$ Па – нормальний атмосферний тиск. $p_в = p_0 + \rho gh$ (тиск у точці 5 створюється зовнішнім тиском p_1, *що* передається за законом Паскаля, й власним тиском рідини).

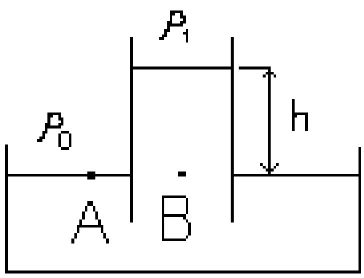


Рис. 9.

$$p_0 = p_1 + \rho gh,$$

звідси

$$h = \frac{p_0 - p_1}{\rho g} = 5\,\text{м}.$$

Вода у шлангу підніметься на висоту 5 м. Це означає, що з бочки висотою 2 м за допомогою сифона завжди можна висмоктати воду.

Задача 13. Визначить висоту стовпчика бензину. В одне з колін *U*-подібної трубки з водою влили гас, після чого різниця рівнів у трубці дорівнювала 3 см. У друге коліно доливали бензин доти, поки рівні рідини в обох трубках не стали рівними.

Розв'язок. У початковому стані (рис. 10.) тиски у точках *A* та *B* рівні за законом сполучених посудин.

$$p_A = p_B,$$

$$\rho_г g(\Delta h + h_1) = \rho_в g h_1$$

$$h_1 = \frac{\rho_г \Delta h}{\rho_в - \rho_г} = 12\,\text{см}.$$

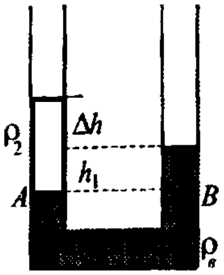


Рис. 10.

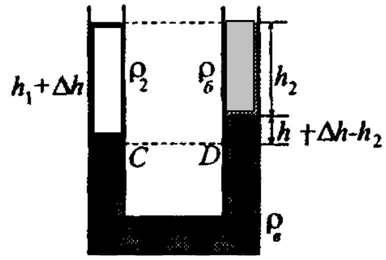


Рис. 11.

У кінцевому стані (рис. 11) тиски у точках C і *D* рівні:

$$p_C = p_D,$$

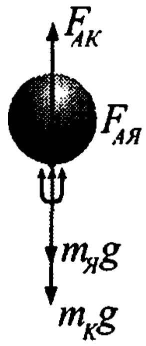
$$\rho_г g(\Delta h + h_1) = \rho_б g h_2 + \rho_в g(h_1 + \Delta h - h_2),$$

$$h_2 = \frac{(\rho_в - \rho_г)(h_1 + \Delta h)}{\rho_в - \rho_б} = 10\,\text{см}.$$

Висота стовпчика бензину 10 *см*.

Задача 14. З дна озера намагаються підняти затонулий сталевий якір масою 780 кг за допомогою пінопластової кулі, яку прикріплюють до якоря легким тросом. При якому мінімальному об'ємі кулі це можливо? Густини сталі, води і пінопласту дорівнюють відповідно 7800, 1000 і 150 кг/м^3.

Розв'язок. Запишімо умову рівноваги системи якір-куля (вважаймо, що якір піднімається рівномірно):



$$F_{AK} + F_{AЯ} = m_K g + m_Я g,$$

$$\rho_B g(V_K + V_Я) = (\rho_K V_K + m_Я)g,$$

$$V_K = \frac{m_Я(\rho_Я - \rho_B)}{(\rho_B - \rho_K)\rho_Я} = 0{,}8\,\text{м}^3.$$

Рис. 12.

Задача 15. У рідині з постійною швидкістю повільно опускається кулька радіуса *R* і маси *m*. Яку масу мала б кулька того ж радіуса, щоб вона піднімалась з тією ж швидкістю, з якою опускається перша кулька? Густина рідини *ρ*, сила опору пропорційна швидкості.

Розв'язок. Законом Архімеда користуються тільки для нерухомої рідини (У рухомій рідині відбувається зміна статичного тиску в рідині залежно від швидкості її руху, а сила Архімеда – це сума сил статичного тиску, що діють на тіло). Вважаймо, що кулька рухається так повільно, що можна користуватись законом Архімеда. Розгляньмо умови рівномірного руху кульки.

Сила опору кульки в обох випадках однакова тому, що форма, розміри і швидкість одинакові:

$$mg = F_A + F_{on} \;,\; F_A = m_1 g + F_{on} .$$

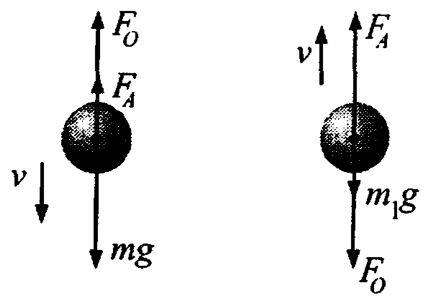


Рис. 13.

Розв’яжімо систему рівнянь (1) та (2) (віднімемо рівняння):

$$mg - F_A = F_A - m_1 g \;,$$

звідси

$$m_1 = \frac{2F_A}{g} - m = 2\rho V - m = 2\rho \frac{4}{3}\pi R^3 - m \;,$$

$$m_1 = \frac{8\rho\pi R^3}{3} - m .$$

Задача 16. Тіло плаває на поверхні ртуті так, що в неї занурено 0,25 його об'єму. Яка частина тіла буде занурена в ртуть, якщо поверх неї налити шар води, який повністю покриє тіло?

Розв’язок. Тіло плаває у ртуті. За умовою рівноваги сила Архімеда дорівнює силі тяжіння тіла

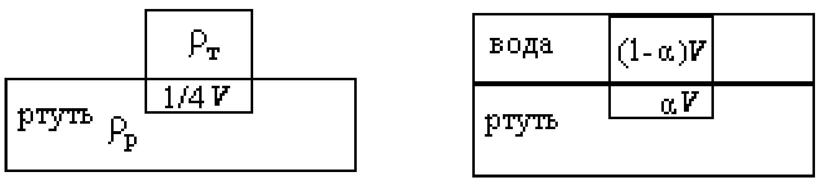


Рис. 14.

$$\rho_p g \frac{V}{4} = \rho_m g V \text{, звідси } \rho_m = \frac{\rho_p}{4}$$

При наявності води й ртуті на тіло діятимуть сили Архімеда, з боку води й з боку ртуті. Тоді умова рівноваги матиме вигляд:

$$F_m = F_{Ae} + F_{Ap} \;,$$

$$\text{звідси } \rho_m V g = \rho_e g (1 - a) V + \rho_p g \alpha V \;,$$

$$\alpha = \frac{\rho_m - \rho_e}{\rho_p - \rho_e} = 0{,}19 \;,$$

де a – частка об'єму що занурена у ртуть. ($\rho_{\text{р}}$=13600 кг/м^3).

Доведемо, що ми правомірно ввели дві сили Архімеда. Визначимо

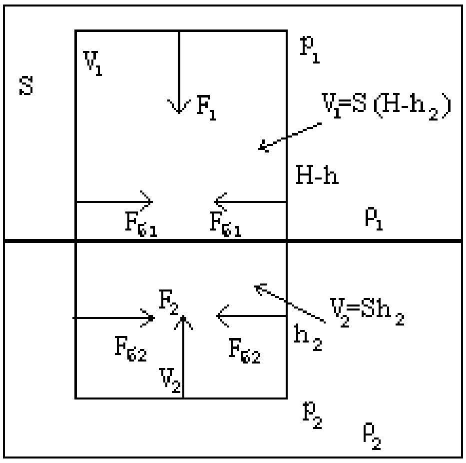


Рис. 15.

виштовхувальну силу, що діє на вертикальний циліндр з площею основи S і висотою H. Циліндр плаває на межі двох рідин з густиною ρ_1 і ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$) і занурений у другу рідину на h_2 .

На циліндр діють сили тиску:

1. З боку першої рідини F_1 – вниз.
2. З боку другої рідини F_2 – вгору.
3. Сили тиску обох рідин на бічну поверхню є скомпенсованими $F_в$=0.

Нехай тиск першої рідини на верхню поверхню циліндра p_1 і, а тиск другої рідини на нижню поверхню p_2. Визначимо

$$p_2 = p_1 + \rho_1 g(H - h_2) + \rho_2 g h_2 .$$

Розрахуймо виштовхувальну силу

$$F = F_2 - F_1 = (p_2 - p_1)S = S(\rho_1 g(H - h_2) + \rho_2 g h_2) = \rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2$$

Як бачимо виштовхувальна сила складається з двох доданків. Перший $\rho_1 g V_1$ – чисельно дорівнює вазі витісненої циліндром першої рідини, а другий $\rho_2 g V_2$ – вазі витісненої циліндром другої рідини. Ці доданки вважаймо, як дві сили Архімеда, що діють на циліндр з боку кожної рідини.

Задача 17. У дні циліндричної посудини виконали отвір, площа якого S_0, і вставили в цей отвір трубку. Посудину поставили на рівну поверхню дном догори і в трубку налили води. До якої максимальної висоти можна наливати воду, щоб вона не витікала? Маса посудини з трубкою m, висота її h, а площа дна S.

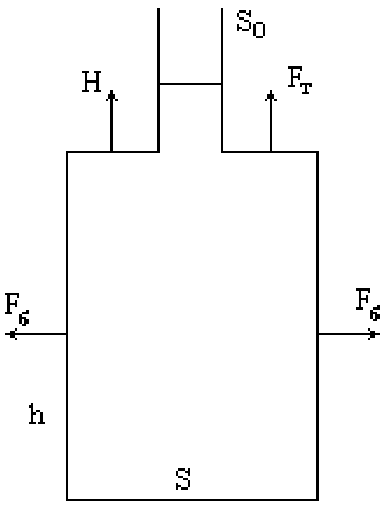


Рис. 16.

Розв'язок. На посудину з трубкою у момент відриву від опори (зникає сила реакції) діють: сили тяжіння mg вниз, сила тиску на дно посудини, сили тиску на бічні поверхні скомпенсовані

$$F_т = p(S - S_0),$$

$$\sum F_б = 0.$$

Умова рівноваги має вигляд:

$$mg = p(S - S_0) = \rho g H(S - S_0) ,$$

звідси

$$h + H = h + \frac{m}{\rho(S - S_0)}$$

– висота від поверхні опори, до якої можна наливати воду, щоб вона не витікала. Враховано, що гідростатичний тиск води на рівні дна посудини $p = \rho gh$. Атмосферний тиск не враховано, тому що він діє, як на зовнішню так і на внутрішню поверхні (за законом Паскаля).

Задача 18. У U-подібну трубку з площами колін S_1 та S_2 налили воду. Як зміниться рівень води в U-подібній трубці, якщо в одне коліно кинули кусок дерева масою *m, а* в інше коліно – кусок пінопласту такої ж маси?

Розв'язок. При потраплянні у рідину тіла, що плаває, воно витісняє таку масу рідини, що дорівнює масі тіла. Це випливає з умови рівноваги:

$$m_m g = \rho_p g V_1 = m_p g \text{, звідси } m_m = m_p$$

Потрапляння у рідину тіла еквівалентне добавці рідини масою, що дорівнює масі тіла. До U-подібної трубки додали 2 т води, це привело до збільшення об'єму води на

$$V = (S_1 + S_2)h = \frac{2m}{\rho}$$

Отже

$$h = \frac{2m}{\rho(S_1 + S_2)}$$

Задача 19. Залізну кульку, густина якої дорівнює $p_к = 7{,}8$ г/см^3, занурили на $h = 10$ см у ртуть. На яку максимальну висоту підскочить ця кулька над рівнем ртуті, якщо її відпустити? Густина ртуті – $p_h = 13{,}6$ г/см^3, опором повітря та ртуті знехтуйте.

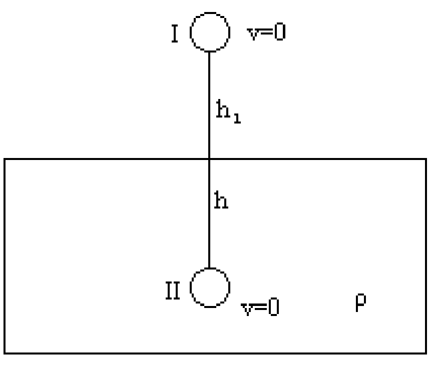


Рис. 17.

Розв'язок.

Скористаймось законом збереження енергії. З переміщенням кульки з положення *I* у положення *II* вона збільшує свою потенціальну енергію

$$\Delta E_k = \rho_к V_k g(h + h_1)$$

за рахунок зменшення потенціальної енергії ртуті (ртуть опускається з поверхневого шару на глибину *h,* вважаймо, що рівень ртуті залишається незмінним)

$$\Delta E_p = \rho_p V_к gh\ .$$

$$\rho_к V_к g(h + h_1) = \rho_p V_к gh$$

звідси

$$h_1 = \frac{h(\rho_p - \rho_к)}{\rho_к} = 0{,}075\,\text{м} = 7{,}5\ \text{см}$$

Задача 20. Два циліндри з'єднані внизу трубкою. В один з них налили води, а в інший – нафти. При цьому різниця між рівнями нафти і води була h = 5 см. Переріз циліндра з нафтою дорівнював S = 80 см^2. У циліндр з нафтою поклали невагомий поршень і деякий вантаж на поршень. При якій масі вантажу рівні води і нафти будуть однакові? Під час експерименту нафта не перетікає в інший циліндр.

Розв'язок. У початковому стані з закону сполучених посудин, тиски на рівні AA_1 і рівні:

$$\rho_H g l_1 = \rho_в g(l_1 - h)\ ,\ \text{звідси}$$

$$l_1 = \frac{\rho_в h}{\rho_в - \rho_H}\ .$$

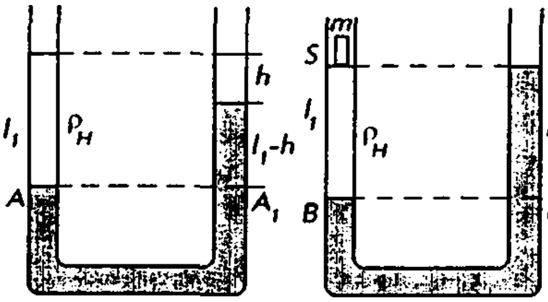


Рис. 18.

У кінцевому стані з закону сполучених посудин тиски на рівні BB_1 рівні:

$$\frac{mg}{S} + \rho_H g l_1 = \rho_в g l_1,\ \text{звідси}\ m = S(\rho_в - \rho_H)l_1 \qquad (2)$$

З одержаних рівнянь отримаємо:

$$m = S\frac{(\rho_в - \rho_н)\rho_в h}{\rho_в - \rho_н} = \rho_в hS = 0{,}4\ \text{кг}\ .$$

Задача 21. Водолаз знайшов золотий скарб і зважив його відразу під водою, користуючись терезами зі сталевими гирями. Він важив 643 г. Однак, коли водолаз продавав свій скарб, то його звинуватили в брехні, заявивши, що золота набагато менше. Скільки золота було насправді?

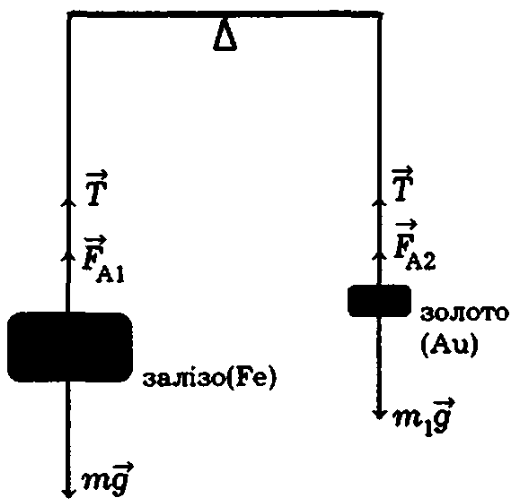


Рис. 19.

Розв'язок. Умова рівноваги рівноплечих терезів – рівність сил натягу ниток:

$$mg - \varrho_в g\frac{m}{\varrho_{Fe}} = m_1 g - \varrho_в g\frac{m_1}{\varrho_{Au}}$$

Отже,

$$m_1 = m\frac{(\varrho_{Fe} - \varrho_в)\varrho_{Au}}{(\varrho_{Au} - \varrho_в)\varrho_{Fe}} = 590\text{ г}$$

Задача 22. У *U*-подібну трубку постійного перерізу налили води. Після цього в ліве коліно налили рідини з меншою густиною по вінця трубки, як зображено на рисунку. В праве коліно кинули дерев'яне тіло масою *m*. Визначте об'єм рідини, яка виллється.

Розв'язок. У початковому стані (до потрапляння дерева)

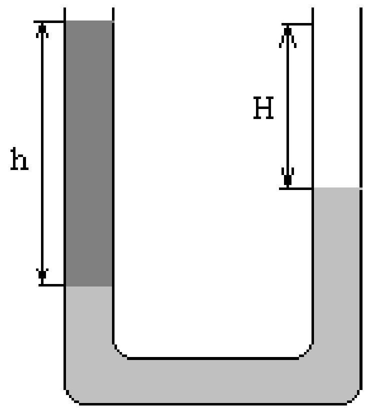


Рис. 20.

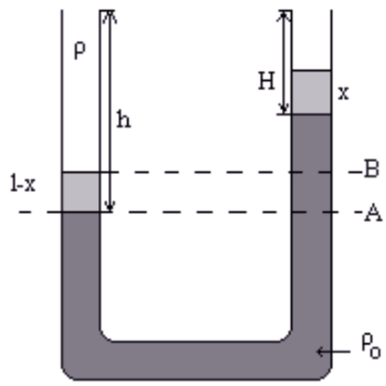


Рис. 21.

запишімо умову рівноваги (рівність тисків на рівні *A* випливає з закону сполучених посудин):

$$\rho g h = \rho_0 g(h - H),\text{ звідси } \rho = \rho_0\frac{h - H}{h}.$$

Потрапляння у воду куска дерева масою *m* еквівалентне доливанню води масою *m,* це випливає з закону Архімеда (вага дерева дорівнює вазі витісненої деревом води). Нехай *l* – довжина стовпа доданої води.

$$l = \frac{m}{\rho_0 S},$$

де *S* – площа поперечного перерізу трубки. Умова рівноваги в кінцевому стані – рівновага тисків на рівні *B:*

$$\rho(h - l + x)g = \rho_0(h - l + x - H + x)g$$

Розв'яжімо систему з трьох рівнянь, отримаємо:

$$l - x = \frac{mh}{(h + H)\rho_0 S}$$

Тоді об'єм рідини, що вилилась, дорівнює:

$$V = (l - x)S = \frac{mh}{\rho_0 (h + H)}$$

Задача 23. Циліндричну посудину кладуть на воду в одному випадку вниз дном, в іншому – догори дном. В обох випадках посудина плаває. На посудину кладуть вантаж. У якому з цих випадків максимальний вантаж, при якому посудина ще плаває, більший? Відповідь поясніть.

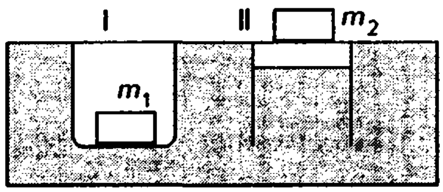


Рис. 22.

Розв'язок. Як видно з рисунка 22 в першому випадку сила Архімеда більша, так як об'єм зануреної у воду посудини униз дном більший, в той час як у другому випадку об'єм порожнини зменшиться за рахунок того, що її частина заповниться водою для того, щоб виконалась умова рівноваги тисків води і повітря. Тобто остаточно маємо $m_1 > m_2$.

Задача 24. Поплавок – покажчик рівня води в посудині, який має форму циліндричної посудини діаметром D =8 см і висотою H =10 см, виготовлений з латуні товщиною b=1 мм. На вісі поплавка закріплений покажчик рівня - латунна дротина діаметром d = 2 мм і довжиною L=3 м. Поплавок занурений наполовину у воду. Визначити густину рідини, яка знаходиться над водою, якщо покажчик піднімається над поверхнею рідини на h =62 см. Густина води $\rho_в$ = 10^3 кг/м^3, густина латуні ρ = $8{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

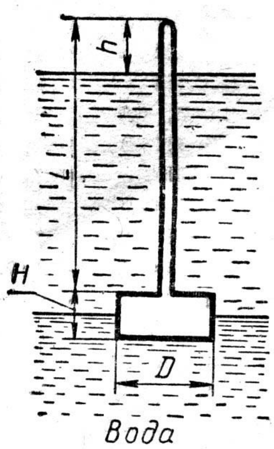


Рис. 23.

Розв'язок. В стані рівноваги вага поплавка P рівна архімедовій силі F_A. Для ваги запишемо:

$$P = \rho b\left(\pi DH + 2\frac{\pi D^2}{4}\right)g + \rho\frac{\pi d^2}{4}Lg.$$

На частину поплавка, занурену у воду, діє архімедова сила

$$\rho_B \frac{H}{2}\frac{\pi D^2}{4}g.$$

На частину поплавка, занурену в іншу рідину, діє архімедова сила

$$\rho_x \frac{H}{2}\frac{\pi D^2}{4}g + \rho_x\frac{\pi D^2}{4}(L-h)g.$$

За умови рівноваги поплавка одержуємо:

$$\rho b\left(\pi DH + 2\frac{\pi D^2}{4}\right) + \rho\frac{\pi d^2}{4}L = \rho_B\frac{H}{2}\frac{\pi D^2}{4} + \rho_x\frac{H}{2}\frac{\pi D^2}{4} + \rho_x\frac{\pi D^2}{4}(L-h).$$

Розв'язавши рівняння відносно ρ_x, знаходимо:

$$\rho_x = \frac{\rho b\left(\pi DH + \frac{\pi D^2}{2}\right) + \rho\frac{\pi d^2}{4}L - \rho_B H\frac{\pi D^2}{8}}{H\frac{\pi D^2}{8} + \frac{\pi d^2}{4}(L-l)} \approx 0{,}81\cdot 10^3 \quad (\text{кг/м}^3).$$

Примітка:

При розрахунках знехтувано величиною доданка $\rho\frac{\pi d^2}{4}L = 8\cdot 10^{-5}$ кг.

Робота, потужність, закон збереження енергії

Розв'язування задач на обчислення роботи сталої за величиною сили або потужності, яку розвиває ця сила, потребує з'ясування того факту, роботу якої саме сили потрібно визначити (ця сила може бути як рівнодійною кількох сил, так і окремою силою). Якщо є сили перпендикулярні до напрямку руху, то при обчисленні роботи такі сили можна не розглядати, бо їх робота дорівнює Нелю. Потрібно також враховувати, що робота сили тяжіння між двома точками пройденого тілом шляху не залежить від його форми, а визначається лише положеннями заданих точок.

При розв'язанні задач на розрахунок потужності необхідно встановити, яку потужність необхідно обчислити – середню чи миттєву. Середню потужність обчислюють за формулою $P_{ср} = \frac{Fs}{t}, (\frac{s}{t} - середняшвидкість)$, а миттєву - $P = Fv$ (v – *миттєва швидкість*).

При обчисленні кінетичної енергії тіла важливо мати на увазі її відносний характер: вона має певний смисл лише в цілком певній системі відліку.

Потрібно також враховувати, що потенціальна енергія системи не визначається однозначно – до неї завжди можна додати чи відняти сталу величину. Для однозначного визначення потенціальної енергії системи потрібно обрати таке розміщення взаємодіючих тіл, якому відповідає значення потенціальної енергії, що дорівнює нулю. Нульовий рівень енергії системи можна обрати довільно так, як зручно для розв'язання кожної конкретної задачі. Проте зовсім не обов'язково за нульовий рівень потенціальної енергії вибирати енергію системи, коли тіло знаходиться на поверхні Землі, оскільки нас зазвичай цікавить робота, яка виконується при зміні стану системи, тобто зміна потенціальної енергії системи. Зміни потенціальної енергії будуть однаковими, який й би ми не обрали рівень відліку енергії, важливо лише стежити за тим, щоб цей рівень був одним і тим же у всіх розрахунках, що стосуються даної задачі.

При застосуванні закону збереження енергії до розв'язання конкретних задач важливо пам'ятати, що повна механічна енергія системи зберігається незмінною при будь-яких переходах системи із одного стану в інший лише тоді, коли механічна енергія є замкнутою і всередині системи не діють сили тертя, тобто коли в механічній системі відбуваються лише перетворення потенціальної енергії в кінетичну і навпаки, відсутнє перетворення механічної енергії в інші види. Якщо перетворення механічної енергії в інші види енергії спостерігається у запропонованій задачі, то необхідно враховувати при складанні відповідних рівнянь математичний характер таких втрат, якщо це звичайно можливо і досліджено.

Задача 25. Батискаф масою m = 2000 кг, об'ємом V= 1 м^3 занурили в море на глибину y = 10 м. Яку роботу потрібно виконати, щоб підняти батискаф на висоту h_0 = 5 м над поверхнею води? Чи дорівнює виконана при цьому робота зміні потенціальної енергії батискафа? Густина води 1000 кг/м^3.

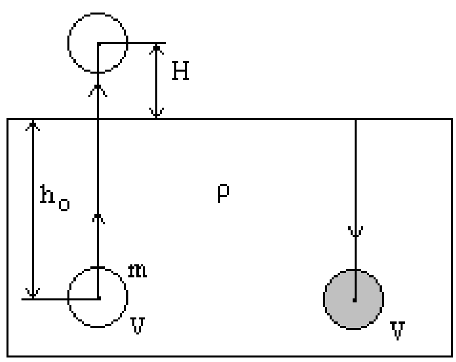


Рис. 24.

Розв'язок. Робота над системою батискаф–вода дорівнює зміні потенціальної енергії системи. Батискаф піднімаючись, збільшує свою потенціальну енергію на $mg(h_0 + H)$. Вода, опускаючись з поверхні, зменшує свою потенціальну енергію на ρVgh_0.

$$A = mg(h_0 + H) - \rho V g h_0 = 196 \text{ кДж}.$$

Задача 26. Для відкачування води з підвалу застосували насос потужністю 330 Вт. Ширина підвалу 6 м, довжина 24 м, висота 4 м. Спочатку рівень води в підвалі знаходився на рівні землі. За який час можна відкачати воду? Вважайте, що в процесі відкачування потужність насоса не змінюється.

Розв'язок. Знайдімо роботу, яку слід виконати, щоб відкачати воду з підвалу:

$$A = \rho Vgh$$

де V– об'єм підвалу, h – висота, на яку підніматиметься центр мас об'єму води. Знайдімо час відкачування води:

$$t = \frac{A}{N} = \frac{\rho Vgh}{N} = 5 \text{ год. } 20 \text{ хв.}$$

Задача 27. Автомобіль, маючи 1 л палива, може проїхати по горизонтальній дорозі 6 км. Яку відстань він зможе проїхати на цьому ж запасі палива, піднімаючись вгору по дорозі з ухилом 10 м на 1 км шляху? Спускаючись вниз за тих самих умов? Сила опору у всіх випадках дорівнює 2 % від ваги автомобіля.

Розв'язок. Їдучи по горизонтальній дорозі, двигун виконує роботу по подоланню сил опору двигуна. $A_{дв} = A_{оп}$, $A_{дв} = \eta Q = \eta m_n q$, де η – ККД

$$A_{оп} = \mu mgS = A_{дв}, \text{ де } \mu = 0{,}02 \text{ – коефіцієнт опору.}$$

Автомобіль рухається вгору. Двигун виконує роботу по подоланню сил опору, а також по збільшенню потенціальної енергії автомобіля

$$\Delta E = mgh_1;$$

$$A_{дв} = A_{оп1} + mgh_1 = \mu mgS_1 + mgS_1k_0 = \mu mgS$$

$$\text{де } k_0 = 10 \text{ м/км} = 0{,}01 \text{ – ухил.}$$

Тоді

$$S_1 = \frac{\mu S}{\mu + k_0} = 4 \text{ км}.$$

Якщо автомобіль рухається вниз:

$$S_2 = \frac{\mu S}{\mu - k_0} = 12 \text{ км}.$$

Задача 28. Автомобіль, маса якого 1,5 т, перевозить по горизонтальній дорозі 500 кг вантажу, витрачаючи по 15 г бензину щохвилини. Визначте швидкість автомобіля, якщо коефіцієнт корисної дії двигуна 30%, а коефіцієнт опору – 0,01.

Розв'язок. При рівномірному русі сила тяги автомобіля *F* дорівнює силі опору F_0,

$$F_T = F_0 = \alpha(m+M)g$$

Тоді,

$$\eta = \frac{A_{кор}}{A_{затр}} = \frac{F_T v t_0}{q m_0} \text{, звідси } v = \frac{\eta q m_0}{\alpha(m+M)g t_0} = 17{,}6 \text{ м/с}.$$

Задача 29. Автомобіль, який має у баці 2 л бензину, проїжджає відстань S. Піднімаючись на гору висотою h = 100 м, на шлях, довжина якого дорівнює 0,8 S, він витрачає таку ж кількість бензину. *ККД* двигуна η =30%, питома теплота згоряння бензину дорівнює q = 10^6 Дж/кг, густина бензину – ρ = 710 кг/м^3. Визначте масу автомобіля.

Розв'язок. При русі по горизонталі робота сили тяги, що діє на автомобіль, дорівнює частині теплоти, що виділяється при згорянні бензину
і йде на подолання роботи сили опору рухові автомобіля.

$$A_m = \eta Q = \eta m_б q_б = \eta \rho_б V_б q_б$$

$$A_{on} = F_{on} S.$$

$$\eta \rho_б V_б q_б = F_{on} S$$

При підйомі на гору робота сили тяги йде на подолання роботи сили опору A_{on} = 0,8 · F_{on}, S, (вважаймо, що в обох випадках сила опору не змінювалась) і для роботи по подоланню сили тяжіння запишемо

Aj- = mgh.

$$\eta \rho_б V_б q_б = 0{,}8 \cdot F_{on} S + mgh \quad (2)$$

Розв'язавши систему рівнянь (1) та (2), отримуємо:

$$m = \frac{0{,}2\eta \rho_б V_б q_б}{gh} = 3900 \text{ кг}$$

Рівняння теплового балансу

Олімпіадні задачі на використання теплового балансу складають досить широкий клас. Особлива увага приділяється процесам теплообміну в складних системах, наприклад, при контактах, води, пару, льоду і інших тіл, що беруть участь у теплообміні розглядуваної системи. І у більшості випадків система залишається складною і неоднорідною у кінцевому своєму стані теплової рівноваги. Зустрічаються задачі, в процесі розв'язування яких необхідно врахувати або розрахувати втрати теплоти на випромінювання, випаровування та перетворення в інші види енергії. Для цього необхідно знати експериментальні значення питомої кількості відповідної теплоти, які зазвичай відшукують у таблицях, якщо вони конкретно не задані в умові задачі. При розв'язуванні задач на тепловий баланс необхідно виходити з того, що рівняння теплового балансу є проявом закону збереження енергії в теплових процесах: у замкненій системі тіл при здійсненні теплового процесу кількість теплоти, що її віддає одне тіло, дорівнює кількості теплоти, одержаної другим тілом. Для написання рівняння теплового балансу треба знати, які речовини і в якому агрегатному стані є в початковому і кінцевому станах системи. Якщо це невідомо, то при розв'язуванні задачі це потрібно з'ясувати в першу чергу.

Задача 30. Деяка кількість води нагрівається електронагрівником потужністю P = 500 Вт. З вмиканням нагрівника на час t_1 = 2 хв температура води підвищилась на T = 1 К, а з його вимкненням - знизилась за час t_2 = 1 хв на ту ж величину T. Яка маса води нагрівається, якщо втрати кількості теплоти за рахунок теплопередачі навколишньому повітрю пропорційні часові? Питома теплоємність води c = 4,19-10^3 Дж/кг·К.

Розв'язок. При вмиканні нагрівника робота електричного струму Pt_1 йде на нагрівання води $cm\Delta T$ й у навколишнє середовище at_1 (a – коефіцієнт тепловіддачі).

$$Pt_1 = cm\Delta T + \alpha t_1 . \quad (1)$$

При вимкненні нагрівника енергія води $cm\Delta T$ йде у навколишнє середовище at_2:

$$cm\Delta T = \alpha t_2 . \quad (2)$$

Розв'яжімо систему рівнянь теплового балансу (1), (2):

$$\alpha = \frac{Pt_1}{t_1 + t_1}, \quad m = \frac{\alpha t_2}{c\Delta T} = \frac{Pt_1 t_2}{c\Delta T(t_1 + t_2)} = 4{,}8\,\text{кг}$$

Задача 31. Мініатюрний калориметр масою 0,22 г з питомою теплоємністю матеріалу c = 2,8 кДж/кг·K дає змогу вимірювати зміни температури не менші за 0,01 °C. У калориметр з висоти 4,2 м падає крапля води. При якому мінімальному об'ємі краплі термометр має змогу зафіксувати її потрапляння в калориметр?

Розв'язок. Визначимо на скільки нагріється краплина води At_k, падаючи з висоти h = 4,2 м за умови, що вся її потенціальна енергія mgh перетвориться у внутрішню $c_в m \Delta t_к$ без тепловіддачі іншим тілам.

$$mgh = c_в m \Delta t_к ,$$

звідси

$$\Delta t_к = \frac{gh}{c_в} = 0{,}01°\mathrm{C}.$$

Це означає, що при падінні краплі у калориметр система крапля-калориметр нагріється на At < 0,01 °C, тобто зафіксувати падіння краплі неможливо.

Задача 32. У ванні потрібно приготувати 320 л води температурою 36 °C. Температура гарячої води – 78 °C, а холодної – 8 °C. Скільки гарячої й холодної води потрібно для цього?

Розв'язок. При змішуванні води відбувається теплообмін. Гаряча вода віддає енергію:

$$Q_1 = cm_1(t_1 - \theta) ,$$

де m_1 – маса гарячої води, t_1 = 78 °C – температура гарячої води θ = 36 °C – кінцева температура. Холодна вода приймає енергію:

$$Q_1 = c(m - m_1)(\theta - t_2),$$

де m – загальна маса води, t_2 – температура холодної води). Запишімо рівняння теплового балансу:

$$Q_1 = Q_2 \text{, або } cm_1(t_1 - \theta) = c(m - m_1)(\theta - t_2),$$

звідси

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho} = \frac{V(\theta - t_2)}{t_1 - t_2} = 128 \text{ л} , \quad V_2 = V - V_1 = 192 \text{ л} .$$

Задача 33. До якої температури потрібно охолодити кусок алюмінію, щоб після опускання його у воду з температурою 0 °C він піднявся з дна завдяки обмерзанню льодом?

Розв'язок. При опусканні алюмінію у воду з температурою 0 $°C$ почнеться теплообмін. Алюміній прийматиме енергію

$$Q_1 = c_a \rho_a V_a t_a,$$

а вода віддавати

$$Q_2 = \lambda \rho_л V_л,$$

при цьому кристалізуючись.

$$Q_1 = Q_2,$$

отже
$$c_a \rho_a V_a t_a = \lambda \rho_л V_л \quad (1)$$

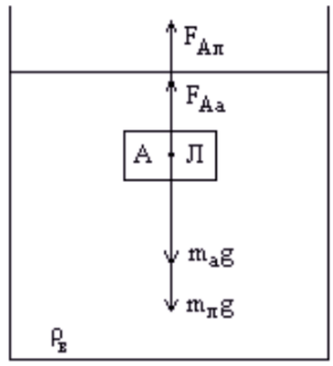


Рис. 25.

Щоб система алюміній-лід почала спливати, повинна виконуватись умова рівноваги (рис. 25):

$$F_A = F_{A.a.} + F_{A.л.} = m_a g + m_л g,$$

звідси

$$\rho_в g (V_a + V_л) = \rho_a V_a g + \rho_л V_л g \quad (2)$$

Розв'язавши систему рівнянь (1) та (2), отримаймо:

$$-t_a = \frac{\lambda \rho_л (\rho_a - \rho_в)}{c_a \rho_a (\rho_в - \rho_a)} = 2100\,°C$$

Температура алюмінію від'ємна (це враховано в рівнянні (1)), t_a =-2100 $°C$ у природі не існує. Отже, охолоджуючи алюміній, неможливо спричинити його піднімання у воді за рахунок обмерзання льодом.

Задача 34. За допомогою нагрівача потужністю 500 Вт нагрівають воду в посудині за 2 хв на 1 К. Ця ж вода в посудині без нагрівача охолоджується за 1 хв також на 1 К. Знайдіть масу води в посудині, якщо втрати кількості теплоти за рахунок теплопередачі навколишньому середовищу пропорційні часові? Питома теплоємність води c=4200 Дж/кг·К.

Розв'язок. Дивись розв'язок задачі 24.

Задача 35. У калориметр налили 0,5 л води при температурі 20 $°C$ і, помістили 1 кг льоду при температурі – 40 $°C$. Скільки льоду залишиться після завершення процесу теплообміну?

Розв'язок. m = 0,5 кг, t = 20 $°C$, $m_л$ = 1 кг, $t_л$ = -40 $°C$. Обчислімо, яку кількість теплоти може віддати вода, охолонувши до 0 $°C$:

$$Q_в = c_в m t = 42000 \text{ Дж}$$

Обчислімо теплоту, яку потрібно надати льоду для нагрівання до 0$°C$:

$$Q_л = c_л m|t_л| = 84000 \text{ Дж}.$$

$Q_л > Q_в$, отже вода охолоне до 0 °*C* і почне кристалізуватися. Обчислімо теплоту, що виділиться при кристалізації:

$$Q_{кр} = \lambda m = 165000 \text{ Дж}.$$

$$Q_{кр} + Q_в > Q_л$$

отже вода кристалізується частково, кінцева температура системи 0 °*C*. Запишемо рівняння теплового балансу:

$$Q_л = Q_{кр} + Q_в, \qquad Q_л = \lambda m_1 + Q_в$$

звідси

$$m_1 = \frac{Q_л - Q_в}{\lambda} = 0{,}13 \text{ кг}.$$

Кінцева маса льоду:

$$m_{л1} = m_л + m_1 = 0{,}13 \text{ кг}.$$

Задача 36. У калориметр помістили суміш води й льоду і рівномірно нагрівають її. Графік залежності температури в калориметрі від часу зображено на рисунку 26. Визначте початкове співвідношення мас води і льоду. Коли температура знову почне змінюватись?

Розв'язок. Нехай: t_1 = 10 хв, t_2 = 40 хв, t_3 – час, коли температура знову почне змінюватись, ΔT=100°*C*. Якщо потужність нагрівника *P* стала, тоді кількість теплоти, що йде на плавлення льоду

$$Q_{пл} = m_л \lambda = P t_1 \quad (1)$$

кількість теплоти, що йде на нагрівання води від 0 до 100 °*C*:

$$Q_в = c_в(m_л + m_в)\Delta T = P(t_2 - t_1) \quad (2)$$

кількість теплоти, що йде на випаровування води:

$$Q = r(m_л + m_в) = P(t_3 - t_2). \quad (3)$$

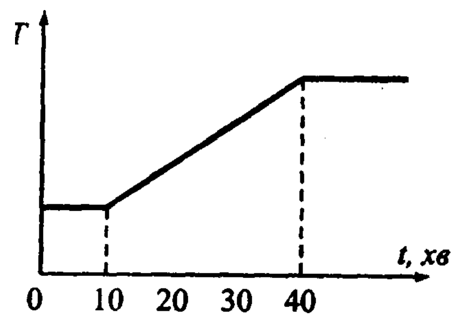


Рис. 26

Поділімо (2) на (1) і отримаймо:

$$\frac{m_в}{m_\lambda} = \frac{(t_2 - t_1)\lambda}{t_1 c_в \Delta T} - 1 = 1{,}4$$

тоді поділивши (3) на (2):

$$t_3 = t_2 + \frac{r(t_2 - t_1)}{c_в \Delta T} = 202 \text{ хв}.$$

Задача 37. Щоб підтримувати в кімнаті температуру 20 °*C* при температурі на вулиці мінус 10 °*C* доводиться щодня спалювати 0,1 м^3 сухих дров. Скільки дров доведеться спалювати щодня для підтримання в кімнаті тієї ж самої температури, якщо температура на вулиці знизиться до мінус 20 °*C*?

Розв'язок. Між вулицею і кімнатою відбувається теплообмін. Кількість теплоти, що втрачає кімната за добу:

$$Q_1 = \alpha(T_0 - T_1)$$

Це закон теплообміну Ньютона (T_0 – температура в кімнаті, T_1 – температура на вулиці, α – коефіцієнт теплообміну). При спалюванні дров виділяється теплота:

$$Q_1 = \eta m_1 q$$

де η – коефіцієнт корисної дії печі, m_1 – маса дров, q – питома теплота згоряння дров. Якщо температура в кімнаті стала

$$Q_1 = Q_2, \text{ тобто } \alpha(T_0 - T_1) = \eta m_1 q \quad (1)$$

У другому випадку:

$$\alpha(T_0 - T_2) = \eta m_2 q \quad (2)$$

Розв'яжімо систему рівнянь (1) і (2), отримаймо:

$$m_2 = \frac{T_0 - T_2}{T_0 - T_1} m_1, \text{ або } V_2 = \frac{T_0 - T_2}{T_0 - T_1} V_1 = 0{,}13 \text{ м}^3$$

Задача 38. У посудині нагрівають 1 л води і 50 г льоду. Початкова температура води і льоду 0 °*C*. Через скільки часу вода закипить, якщо потужність нагрівача 500 Вт, а його теплова віддача 0,60? Теплоємність посудини і нагрівача не враховуйте.

Розв'язок. У процесі теплообміну частина енергії нагрівача ηNt йде на плавлення льоду $\lambda m_л$ і на нагрівання всієї води до кипіння

$$(\theta = 100°\text{C}) \ c_в(m_в + m_л)\theta .$$

Запишімо рівняння теплового балансу:

$$\eta Nt = \lambda m_в + c(m_в + m_л)\theta ,$$

$$t = \frac{m_л \lambda + c_в(m_в + m_л)\theta}{\eta N} \approx 25 \text{ хв} .$$

Задача 39. Свинцева куля, маючи швидкість v_1=400 м/с, пробиває дерев'яну дошку внаслідок чого швидкість кулі зменшується до v_2=50 м/с. Визначити масу частини кулі, яка розплавилася, якщо на нагрівання кулі внаслідок взаємодії з дошкою витрачено 60% енергії. Початкова температура кулі t_1=-25^{0}С., температура плавлення свинцю t_2 =327^{0}С, питома теплота плавлення свинцю λ =25,2 кДж/кг.

Розв'язок. Після виходу кулі з дошки її кінетична енергія зменшилася на величину

$$\Delta W = \frac{m}{2}(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2),$$

де m - маса кулі.

На нагрівання всієї маси кулі від температури t_1 до температури плавлення t_2 =327$^{0\ C}$ та плавлення деякої частини її маси Δm витрачено енергію $\eta\Delta W$ (теплообміном з дошкою нехтуємо). Застосувавши закон збереження і перетворення енергії, одержуємо рівняння балансу енергії, яке виражає фізичну суть задачі:

$$\eta F = \Delta U \quad \text{або} \quad \eta\frac{m}{2}(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2) = cm(t_2 - t_1) + \lambda\Delta m,$$

звідки

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\eta(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2) - c(t_2 - t_1)}{2\lambda} = 0{,}06.$$

Задача 40. Два однакові кубики з ребром 3 см один з міді, а інший з алюмінію, обидва при кімнатній температурі (20 $°C$) зістиковують один з одним. Яку кількість тепла і якому кубику передано при цьому?
Розв'язок. Якщо обидва кубики мали однакову температуру, то ніякого теплообміну між ними не буде.

Електрика

Значну за обсягом частину олімпіадних задач з електрики для учнів восьмого класу складають задачі на змішане сполучення провідників (споживачів) та обчислення значень опорів сил струмів, напруг та потужностей у запропонованих електричних колах. Необхідно ретельно вивчити умову задачі і, використавши додаткові дані з умови, скласти систему рівнянь, не посилаючись на правила Кірхгофа, які у восьмому класі явно не вивчають.

Особливу увагу слід приділяти виконанню еквівалентних схем, за якими електричне коло являє собою послідовне сполучення більш простих частин електричного кола, кожне з яких є цілком визначеною і сприйнятливою для виконання розрахунків.

Починати розв'язувати задачу на обчислення складних з'єднань слід з аналізу запропонованої схеми і відшукати в ній якихось два або більше провідника, з'єднаних один з одним. При цьому треба уважно стежити за тим, щоб у випадку послідовного з'єднання струм між провідниками не розгалужувався, а у випадку паралельного – їхні кінці з'єднувались безпосередньо. Якщо в системі вдалося відшукати ділянку з такими провідниками, то її замінюють одним провідником, опір якого еквівалентний цим кільком і може бути легко розрахований за простою формулою. В результаті дістають простішу схему. Далі такий прийом повторюють до тих пір, доки не залишиться лише один опір, еквівалентний опору всього кола. Після визначення еквівалентного опору можна знайти силу струму в нерозгалуженій частині кола, якщо значення напруги відоме.

Часто в задачах треба розрахувати розподіл струмів і напруг в окремих гілках і на ділянках кола. Для цього потрібно розгорнути найпростішу схему у вихідну і, переходом у зворотному напрямі від однієї схеми до іншої, визначити за законом послідовного і паралельного з'єднань розподіли струмів між вітками і напруг на ділянках і окремих елементах кола.

Задача 41. Амперметр, увімкнутий в ділянку кола (див. рис. 27), показує силу струму I = 0,5 А. Знайдіть силу струму через резистор R_4. Опори резисторів R_1=R_4=2 Ом, R_2=4 Ом, R_3=R_5=1 Ом. Опором амперметра знехтуйте.

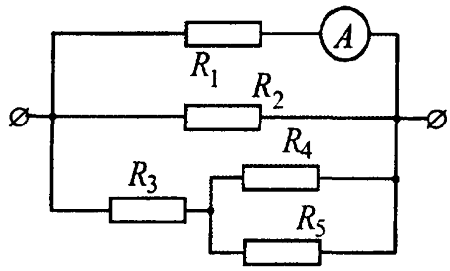


Рис. 27

Розв'язок. Запишімо закон Ома для першого резистора:

$$U_1=I_1R_1=1\text{ В}.$$

Опори R_1, R_2 *і* R_{345} з'єднані паралельно, це означає, що $U_1=U_2=U_{ав}=U_{345}=$ $=1$ В. Визначімо опір

$$R_{345}=R_3+\frac{R_4R_5}{R_4+R_5}=\frac{5}{3}\text{ Ом}.$$

Тоді

$$I_3=\frac{U_{AB}}{R_{345}}=0{,}6\text{ А},$$

$$U_3=I_3R_3=0{,}6\text{ В}.$$

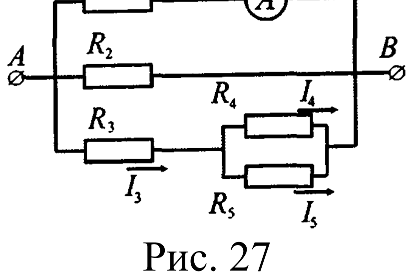


Рис. 27
(еквівалентна схема)

При послідовному з'єднанні:

$$U_{AB} = U_3 + U_{45},$$

$$U_{45} = U_{AB} + U_3 = 0{,}4\ \text{В} = U_4 = U_5.$$

Тоді
$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = 0{,}2\ \text{А}.$$

Задача 42. З першого поверху будинку на другий прокладено багатожильний кабель. Жили в ньому ізольовані одна від одної і колір ізоляції у всіх жил однаковий. Визначте номери кінців кабелю на другому поверсі будинку за допомогою батарейки, лампочки і невеликого шматка дроту? Бажано, звичайно, виконати при цьому найменшу кількість операцій.

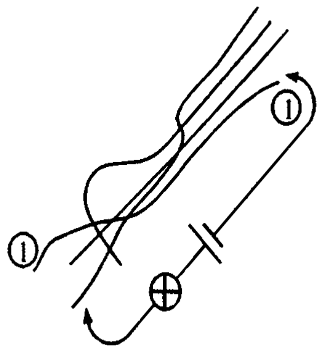


Рис.28.

Розв'язок. Складімо послідовне коло з дроту на другий поверх, джерела струму і лампочки. На другому поверсі торкнемось дроту номер 1, а на першому поверсі – послідовно кінців усіх дротів, доки не знайдемо кінець дроту, щоб лампочка засвітилась. Це й буде кінцем дроту номер 1. Аналогічно поступімо з іншими дротами.

Задача 43. Радіоаматорові потрібний резистор опором 70 кОм. У нього знайшлись три резистори опорами 100 кОм, 50 кОм і 25 кОм. Чи може він скласти з них потрібний опір? Якщо може, то як? Накресліть схему.

Розв'язок. Розглянувши всі можливі з'єднання трьох опорів, бачимо, що потрібною є схема (рис. 29):

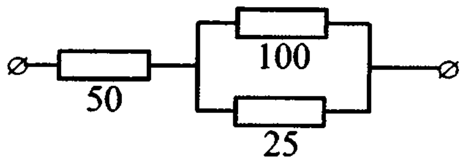


Рис. 29.

Її опір:

$$R = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2 = 70\ \text{Ом}.$$

Задача 44. Два провідники виготовлені з однакового матеріалу. В скільки разів відрізняються їхні опори, якщо другий провідник має в два рази більшу масу і в три рази меншу довжину?

Розв'язок.

Для опорів провідників запишемо:

$$R_1 = \rho\frac{l_1}{S_1};\ R_2 = \rho\frac{l_2}{S_2}.$$

З формули $m = DlS$ виразимо S_1 і S_2 :

$$S_1 = \frac{m_1}{Dl_1};\ S_2 = \frac{m_2}{Dl_2}.$$

Тоді

$$R_1 = \rho\frac{Dl_1^2}{m_1};\ R_2 = \rho\frac{Dl_2^2}{m_2},$$

а відношення опорів

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1^2 m_2}{l_2^2 m_1}.$$

Враховуючи умову, що $m_2 = 2m_1,\ l_1 = 3l_2$, знаходимо:

$$\frac{R_1}{R_2} = 18, \text{ або } R_1 = 18R_2.$$

Задача 45. Як можна надати *n* пустотілим несуцільним тілам, які мають різну форму, однакового заряду?

Розв'язок. Надати однаковий заряд можна тільки порожнистим провідним тілам. Усі провідні тіла поставмо на ізолюючі підставки і з'єднаймо їх провідниками з Землею (заземлюємо, рис.30). Візьмімо невелике заряджене тіло і внесімо його всередину заземленого провідника, і в цей момент роз'єднаймо заземлення. На провіднику внаслідок явища електростатичної індукції наведеться з Землі заряд, що дорівнює нашому, але протилежний йому за знаком. Повторімо ці дії з іншими тілами.

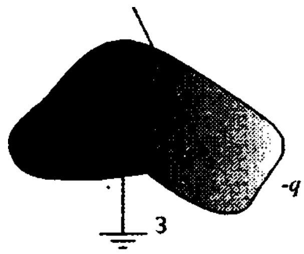


Рис. 30.

Задачі для самостійного розв'язування

Задача 46. Маємо у відповідному об'ємі *V* дві речовини з густинами ρ_1 і ρ_2. Маса всієї суміші дорівнює *m.* Визначте процентне співвідношення речовини у суміші.

Відповідь:

$$\alpha_1 = \frac{\rho_1(\rho_2 V - m)}{m(\rho_2 - \rho_1)}, \qquad \alpha_2 = \frac{\rho_2(m - \rho_1 V)}{m(\rho_2 - \rho_1)}$$

Задача 47. Для того, щоб при плаванні у гліцерині об'єм зануреної частини дерев'яного бруска дорівнював об'єму зануреної частини при плаванні його у воді, на брусок додатково навантажили 13 Н. Визначте вагу бруска. (Густина гліцерину – 1,26 г/см^3).

Відповідь:

$$P_0 = mg = P\frac{\rho_в}{\rho_г - \rho_в} = 50\text{ Н}.$$

Задача 48. Маса зваженого на терезах у повітрі тіла дорівнювала *m*. Якою є справжня маса тіла, якщо густина тіла $-\rho_1$, важків – ρ_2 і повітря – ρ_3 ?

Відповідь:

$$m_1 = m\frac{1-\dfrac{\rho_3}{\rho_2}}{1-\dfrac{\rho_3}{\rho_2}} = \frac{(\rho_2 - \rho_3)\rho_1}{(\rho_1 - \rho_3)\rho_2}.$$

Задача 49. У калориметрі плаває куб, складений з двох половинок. Нижня половинка – з льоду ($\rho_л$ = 0,9$\rho_в$), верхня – пінопластова ($p_п$ = 0,5$p_в$). Ребро куба *d* = 8 см. На яку глибину зануриться пінопластова половинка після танення льоду? На скільки при цьому зміниться відстань між верхом куба і дном калориметра?

Відповідь:

$$\Delta h = x_1 - x_2 = \frac{1}{4}d - \frac{1}{2}d\left(\frac{\rho_л}{\rho_в} + \frac{\rho_п}{\rho_в} - 1\right) = \frac{1}{2}d\left(\frac{3}{2} - \frac{\rho_л + \rho_п}{\rho_в}\right) = 0{,}4\text{ см}.$$

Задача 50. Для зважування свинцевого бруска на важільних терезах використовували алюмінієві важки. Зрівноважені на повітрі терези помістили у вакуум-камеру і їхня рівновага порушилася. Проте варто було поміняти місцями важки і брусок, як рівновага спостерігалася саме у вакуум-камері, а на повітрі вона порушувалася. На скільки процентів відрізняються довжини плечей терезів? Густину повітря вважати рівною 1/800 густини води.

Відповідь:

$$\varepsilon = \frac{\rho_0(\rho_1 - \rho_2)}{2\rho_1\rho_2} \approx 1{,}8\cdot 10^{-4} = 0{,}018\%.$$

Задача 51. Суцільне тіло, склеєне з двох частин однакового об'єму V і з густинами ρ_1 і ρ_2, міститься всередині рідини у стійкій рівновазі. Плоска межа дотику частин паралельна поверхні рідини, її площа дорівнює S (див. рис. 31). На яку максимальну глибину можна занурити межу S, щоб тіло не розвалилося, якщо склейка здатна витримати силу F_0.

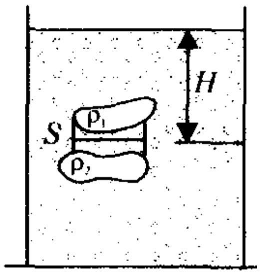


Рис. 31

Відповідь: $H \le \frac{(\rho_2-\rho_1)V}{(\rho_2+\rho_1)S} - \frac{2F_0}{(\rho_2+\rho_1)gS}$.

Задача 52. Повітряна куля масою m= 120 кг опускається зі сталою швидкістю. Скільки баласту треба викинути, щоб куля почала підніматися з тією самою швидкістю? Архімедову силу F_a = 980 Н вважати сталою.

Відповідь: $\Delta M = 2M - 2\frac{F_a}{g} = 40$ кг.

Задача 53. Алюмінієва й латунна гирі зрівноважені у повітрі на аналітичних терезах, точність зважування яких m_0 = 1 мг. При якій масі гир можна помітити порушення рівноваги терез, якщо помістити їх у вакуумну камеру?

Відповідь: $m_л = m_0 \frac{\rho_2(\rho_1-\rho)}{\rho(\rho_2-\rho_1)} = 3{,}1$ кг.

Задача 54. Для транспортування сталевих труб морем їх заварюють з обох кінців так, щоб вони були непроникними для води. При якому найменшому внутрішньому діаметрі труба масою m = 3,9 т і довжиною l = 5 м не потоне? Густина морської води ρ_1 = 1,03·10^3 кг/м^3, густина заліза ρ_2 = 7,87·10^3 кг/м^3.

Відповідь: $d=\sqrt{\frac{4m(\rho_2-\rho_1)}{\pi l \rho_1 \rho_2}} \approx 0{,}8$ м.

Задача 55. Рухомим ескалатором метро, порушуючи правила, біжать донизу два хлопці: один з швидкістю u, другий – з швидкістю в n разів більшою. Перший нарахував k_1, другий – k_2 східців. Визначити кількість східців ескалатора N і швидкість його руху v.

Відповідь: v=$u\frac{k_2-k_1}{nk_1-k_2}n$; $N=k_1(1+\frac{v}{u})=\frac{k_1k_2(n-1)}{nk_1-k_2}$.

Задача 56. Людина стоїть на відстані 6 від річки. На відстані 34 м від річки горить багаття. Відстань між перпендикулярами, які сполучають берег річки з людиною і багаттям, дорівнює 30 м. Людина біжить із швидкістю v=5 м/с до річки, зачерпує відро води, потім біжить до багаття і заливає його. Який мінімальний час їй потрібен для цього, якщо на зачерпування води їй треба τ=5 с?

Відповідь: $t=\frac{A_1B}{\nu}+\tau=15$ с.

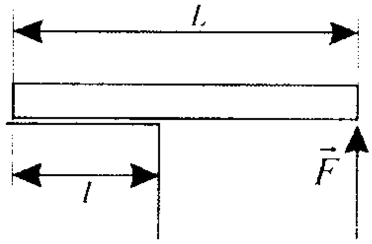


Рис. 32.

Задача 57. Однорідна балка довжиною L = 6 м однією частиною (l = 1 м) покладено на горизонтальну платформу, решта балки звішується з платформи. До кінця звисаючої частини прикладена вертикальна сила F (рис. 32). Балка утримується в горизонтальному положенні, якщо значення сили перебуває в інтервалі від мінімально го значення $F_{\min}$ максимального F_{max}. Знайти відношення F_{max}/F_{min}, якщо товщина балки значно менша за її довжину.

Відповідь: $\frac{F_{max}}{F_{min}}=\frac{L-l}{L-2l}$.

Задача 58. Лазер, що має коефіцієнт корисної дії η = 80 %, випромінює світлові імпульси з тривалістю t_0 = 0,1 мкс і частотою повторювання f= 1 кГц. Для водяного охолодження лазера використовували насос з продуктивністю k= 3 $\frac{л}{хв}$. Температура води на вході лазера t_1 = 20 °C, а на його виході – t_2 = 25 °С. Знайдіть потужність лазерного імпульсу.

Відповідь: $P_i=\frac{W_1}{t_0}=\frac{\eta\rho kc(T_2-T_1)t_1}{(1-\eta)t_0 f}=4{,}2\cdot10^7$ Вт.

Задача 59. Циліндрична посудина висотою H з площею дна S заповнена монолітом льоду при 0°C. На скільки більше теплоти слід затратити для плавлення льоду в умовах невагомості та відсутності атмосферного тиску, ніж у нормальних умовах?

Відповідь: $\Delta Q = \rho_л g S \dfrac{H^2}{2}(1 - \dfrac{\rho_л}{\rho_в}) + \rho S H(1 - \dfrac{\rho_л}{\rho_в})$.

Задача 60. Залізну кульку радіуса R, нагріту до t_1, поклали на лід, температура якого $t_2=0°C$. На яку глибину зануриться кулька в лід (рис. 33)? Теплопровідністю кульки і нагріванням води знехтувати. Вважати, що кулька занурилась в лід повністю.

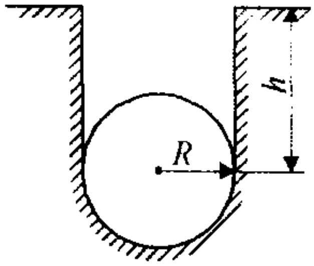


Рис. 33.

Відповідь: $h=\dfrac{\frac{4}{3}\rho_1 c R t_1 - \frac{2}{3}\rho_2 \lambda R}{\lambda \rho_2}$.

Задача 61. Температура води у посудині вимірюється за допомогою термоопору, що послідовно приєднаний до ще одного. Система під'єднана до джерела з U=20 В. У колі підтримують постійний струм з точністю 1% і за допомогою вольтметра вимірюють спад напруги на термоопорі. Із замерзанням води термоопір мав R = 400 Ом, а вольтметр показував напругу 0,4 В. Яким буде опір термоопору при кипінні води?
Відповідь: Опір термоопору може бути 200 Ом або 600 Ом.

Задача 62. У посудині Дюара V, = 0,5 л рідкого азоту при температурі T_1= 78 К випаровується за час t_1=10 год. За який час t_2 у цій посудині розтане m_2 = 100 г льоду, якщо температура навколишнього середовища T = 293 К? Густина рідкого азоту дорівнює ρ_1 = 790 кг/м^3, питома теплота випаровування r_1 = 1,78-10^5 Дж/кг, питома теплота плавлення льоду λ_2 = 3,34-10^5 Дж/кг. Швидкість підведення теплоти вважайте пропорційною різниці температур ззовні і всередині посудини.

Відповідь: $t_2=\dfrac{m_2\lambda_2(T-T_1)t_1}{\rho_1 V_1 r_1(T-T_2)} = 5{,}1 t_1$.

Задача 63. Тетраедр спаяний з мідних дротинок довжиною l=10 см і перерізом S=3 мм^2. Визначити опір тетраедра між його двома вершинами.

Відповідь: $R_{заг}=\dfrac{\rho l}{2S} = 3\cdot 10^{-4}$ Ом.

Задача 64. З резисторів опорами 1, 2, 3 і 4 Ом зібрано коло (рис. 34). Якої сили струм йде через амперметр A_2, якщо амперметр A_1 показує 5 А? Покази вольтметра U= 10 В. Вимірні прилади ідеальні.

Відповідь: Можливі два значення для сили струму, який проходить через амперметр A_2: I_2=1 А і I_2=2 А.

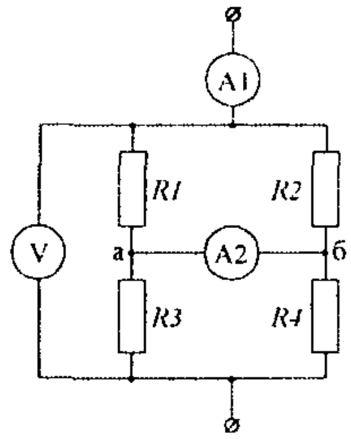


Рис. 34.

Задача 65. Потрібно виготовити піч, нагрівний елемент якої виділяє потужність 2,1 кВт. Напруга в мережі 220 В, опір підвідних проводів 10 м. Яким має бути опір нагрівного елемента?

Відповідь: R=21 Ом.

Задача 66. У колі (див. рис. 35) лампочка горить однаково яскраво як при замкнутому, так і при розімкнутому ключі K; $R1$ = $R3$= 90 Ом; $R2$ = 180 Ом; U = 54 В. Визначити напругу на лампочці.

Відповідь: $U_л$=6 В.

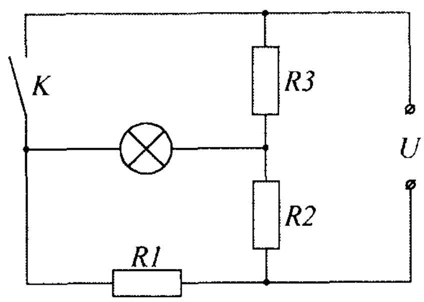


Рис. 35.

Задача 67. До джерела з напругою $U = 5$ В приєднали лампочку послідовно з амперметром, який показав I_1 = 0,2 А. Паралельно до амперметра увімкнули резистор, після чого амперметр показав I_2 = 0,15 А. Якої сили струм тече тепер по лампочці? Чому дорівнює опір увімкненого резистора? Вольт-амперну характеристику лампочки показано на рис 36.

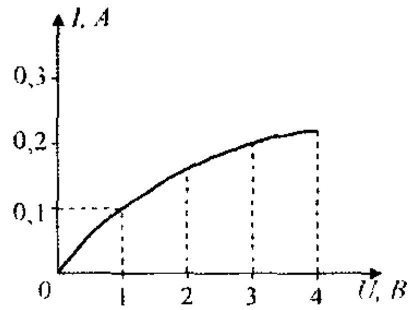


Рис. 36.

Відповідь: $I_л$=0,22 А; $R=\dfrac{U_2}{I_R}\approx 26$ Ом.

Задача 68. На телеграфній однопровідній лінії сталося пошкодження з опором заземлення r. У якому місці сталося пошкодження, якщо сила струму на приймальному пункті була мінімальною? Опором приймального амперметра знехтувати.

Відповідь: Пошкодження станеться посередині лінії, $l=\dfrac{1}{2}L$.

Задача 69. Дротяний каркас (див. рис. 37.) увімкнено до джерела сталої напруги U. Опір кожного ребра R. Вимкнення якого з ребер каркаса призведе до найбільшої зміни сили струму I в колі? Чому дорівнює ця максимальна зміна сили струму $\Delta I_{макс}$? Опором підвідних провідників знехтувати.

Відповідь: Ребро AB; $\Delta I_2 = \frac{U}{R}$.

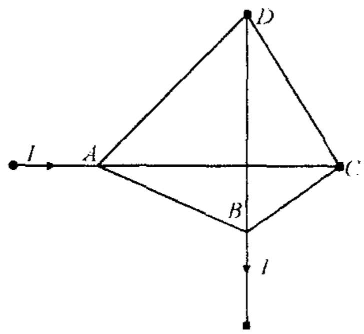


Рис. 37.

Задача 70. Електропіч, що складається із однакових нагрівальних спіралей з опором R кожна, вмикається у мережу за схемою, зображеною на рисунку 38. Знайдіть у скільки разів зросте потужність електропечі при переведенні перемикача K із положення 1 у положення 2.

Відповідь: Потужність збільшиться у 1,8 разів.

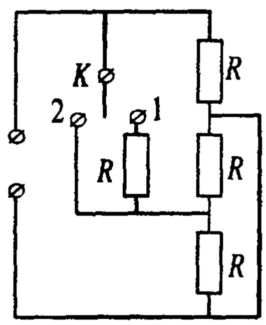
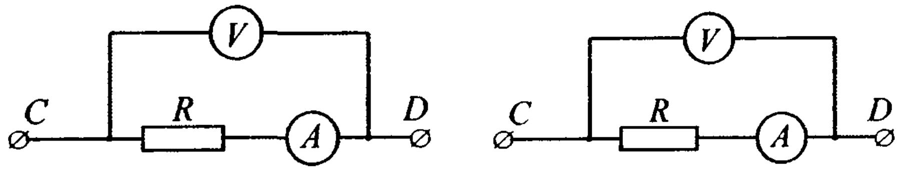


Рис. 38.

Задача 71. Опір резистора вимірюють, скориставшись двома електричними колами (див. рис. 38). В обох випадках на клеми C і D подають однакову напругу. В першому випадку (рис. 39 а) вольтметр показав напругу U_1 = 190 В, а амперметр – силу струму I_1 = 1,9 А; у іншому випадку (рис. 39 б) покази цих же вольтметра й амперметра відповідно



а) б)

Рис. 39.

були U_2 = 170 В і I_2 = 2 А. Скориставшись результатами вимірювань за обома схемами, визначте опір R резистора.

Відповідь: R=$\frac{U_1}{I_1} - \frac{U_1 - U_2}{I_2} = 90$ Ом.

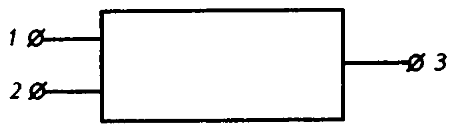


Рис. 40.

Задача 72. У "орній скриньці" (рис. 40) змонтовано електричну схему, що складається з трьох опорів. Запропонуйте варіанти схеми й розрахуйте значення опорів, якщо відомо:

$$R_{12} = 3/2 \text{ Ом}; \; R_{23} = 5/6 \text{ Ом}; \; R_{13} = 4/3 \text{ Ом}.$$

Відповідь: R_1=3 Ом; R_2=2 Ом; R_3=1 Ом.

Задача 73.

Розрахуйте опір R_{AB} фігури (рис. 41), скрученої із дроту за умови, що опір окремих ділянок дроту між з'єднанням дорівнює R.

Відповідь: $R_{AB}=4R_1+\dfrac{R_1R}{R_1+R}=\dfrac{46}{15}R.$

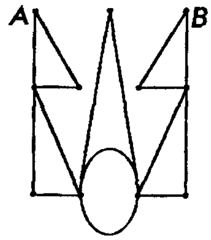


Рис. 41.

Задача 74. Дзеркало, поперечний переріз якого є півколом, помістили в широкий пучок світла, паралельний оптичній вісі дзеркала. Знайдіть найбільший кут розходження променів при відбиванні світла від дзеркала.

Відповідь: $\beta = 120^{\circ}$.

Задача 75. Два плоскі дзеркала розміщені під кутом 45° одне до одного. Людина знаходиться між дзеркалами на однаковій відстані від кожного з них. Скільки своїх зображень побачить людина?

Відповідь: Людина побачить 7 зображень.

Задача 76. Однорідний ланцюжок довжиною 2 м лежить на столі. Коли частина ланцюжка довжиною 0,2 м звисає зі столу, ланцюжок починає зісковзувати вниз. Маса ланцюжка 5 кг, а сила тертя між столом і ланцюжком складає 0,1 ваги ланцюжка. Яка робота виконується проти сил тертя під час зісковзування ланцюжка?

Відповідь: $\dfrac{F_{тр.п.}}{P}=\dfrac{l_1}{l-l_1}$.

Задача 77. При виготовленні льоду в домашньому холодильнику вода охолоджувалася від 4^0C до 0^0C протягом 5 хвилин. Протягом наступних 1 години 40 хвилин вода перетворилась в лід з температурою 0^0C. Визначити питому теплоту плавлення льоду.

Відповідь: $\lambda = 3{,}36\cdot 10^5$ Дж/кг

Задача 78. Тепло ізольована посудина охолоджується водою, яка протікає всередині посудини по змійовику. Температура води на вході t_0. Якщо вода протікає зі швидкістю v_1, то її температура на виході t_1. Виявилось, що швидкість охолодження посудини не змінилася, коли швидкість її протікання була рівною v_2. Визначити температуру води на виході у другому випадку.

Відповідь: $t_2 = \frac{v_1}{v_2}(t_1 - t_0) + t_0$.

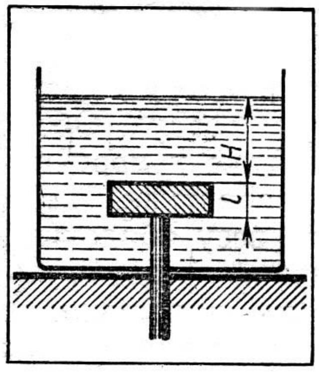


Рис. 42.

Задача 79. В дно відкритої посудини впаяна трубка з площею поперечного перерізу s. Знизу трубка відкрита, а зверху закрита покладеною пластинкою товщиною l і площею S (див. рис. 42). Якою повинна бути мінімальна густина ρ пластинки, щоб вона не спливала коли в посудину налити води, рівень якої над пластинкою дорівнює H?

Відповідь:

$$\rho = \frac{\rho_B (Sl - sH - sl)}{Sl}.$$

Задача 80. До якої температури необхідно охолодити алюмінієву кульку, щоб після занурення її у воду, температура якої 0^0 С, кулька спливла завдяки обмерзанню льодом?

Відповідь:

$$-t_a = \frac{\lambda \rho_л (\rho_a - \rho_в)}{c_a \rho_a (\rho_в - \rho_a)} = 2100\,°C$$

Температура алюмінію від'ємна (це враховано в рівнянні (1), t_a =-2100 °С) у природі не існує. Отже, охолоджуючи алюміній, неможливо спричинити його піднімання у воді за рахунок обмерзання льодом.

Задача 81. Автомобіль втрачає 1 літр пального на проїзд 6 км шляху горизонтальною дорогою. Який шлях проїде автомобіль, піднімаючись дорогою вгору з ухилом 10 м на 1 км, витративши 1 літр пального? Який шлях проїде автомобіль за тих же умов, спускаючись вниз тією ж дорогою? Сила опору у всіх випадках складає 2% ваги автомобіля.

Відповідь:

$$s_1 = \frac{\mu s}{\mu + k_0} = 4 \text{ км}.$$

Якщо автомобіль рухається вниз:

$$s_2 = \frac{\mu s}{\mu - k_0} = 12 \text{ км}.$$