ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

Задачі цього розділу згруповано умовно згідно тем: електричне поле, закони постійного струму електромагнітне поле, електромагнітна індукція. Останніми наведені задачі, для яких віднесення до тієї чи іншої теми не можна визначити однозначно.

До теми електричне поле задачі згруповано згідно визначених за змістом завдань:

1. Обчислення сили взаємодії заряджених тіл.
2. Визначення напруженості електричного поля.
3. Визначення потенціалу електростатичного поля.
4. Задачі на електричну ємність.

Окрім змісту базового курсу шкільного курсу фізики варто звернутись до кількох питань і понять курсу загальної фізики. Це теорема Остроградського-Гаусса, густини електричного заряду, формула визначення потенціалу на поверхні провідника. Широко використовується інтегрування та диференціювання, логарифмічні та показникові функції матеріал розділів "Механіка" та "Молекулярна фізика".

Задача 186. По кільцю, розміщеному в горизонтальній площині можуть переміщуватись без тертя три кульки. Одна з кульок мав заряд q_1, а дві інші q_2. Кульки розмістилися так, що відстань між кульками з зарядами q_2 дорівнює радіусу кільця. Визначити відношення $\dfrac{q_1}{q_2}$.

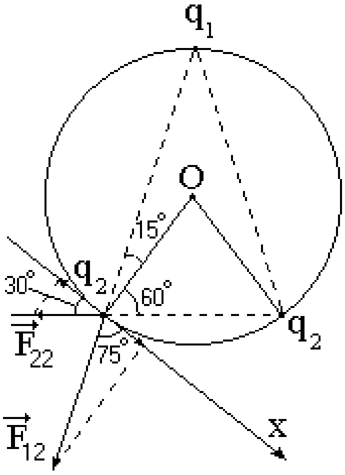


Рис. 109.

Розв'язок. Кожна кулька знаходиться в стані рівноваги за умови, що рівнодійна сил, прикладених до кульки дорівнюватиме нулю. На рис вказані сили. прикладені до однієї з кульок. Спроектуємо їх на вісь, дотичну до кола в точці знаходження кульки та вкажемо значення необхідних кутів Умова рівноваги кульки запишеться так:

$$F_{22}\cos 30^{\mathrm{o}} = F_{12}\cos 75^{\mathrm{o}}$$

Значення сил F_{12} F_{21} згідно закону Кулона мають вигляд:

$$F_{12} = \frac{kq_1q_2}{4r^2\cos^2 15^o}, \quad F_{12} = \frac{kq_2^2}{r^2}$$

Використавши ці співвідношення з умови рівноваги кульки для відношення зарядів маємо:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{4\cos^2 15^o \cos 30^o}{\cos 75^o} \approx 12{,}5$$

Задача 187.Система з трьох кульок, зв'язаних ізолюючими нитками довжиною l=3 см, рухається під дією сили $\overline{F}$ рис. 110. Маси всіх трьох кульок однакові, заряди кульок A і B дорівнюють q=10^{-7} Кл, кулька C не заряджена. При якій силі $\overline{F}$ нитки утворюють кут α=60°

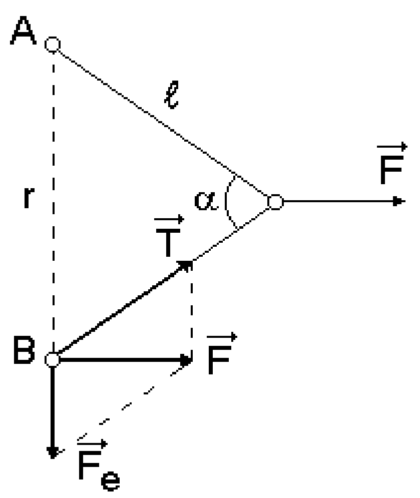


Рис. 110.

Розв'язок. Умови руху заряджених кульок однакові, тону на рис. 110 вказано сили для однієї з них, звідки

$$F = \frac{F_e}{\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$$

Згідно закону Кулона із врахуванням умови задачі для F_e маємо:

$$F_e = \frac{kq^2}{4l^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

Остаточно:

$$F = \frac{kq^2}{4l^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$$

Задача 188. Тонке дротяне кільце радіуса R заряджене зарядом q. У центрі кільця розміщений однойменний заряд Q, причому Q>>q. Яка сила розтягує кільце ?

Розв'язок. Шукана величина – це сила відштовхування заряду елемента кільця і заряду Q. Зарядом елемента кільця q_o є:

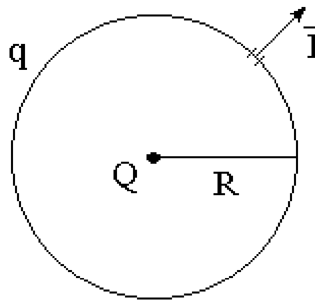


Рис. 111

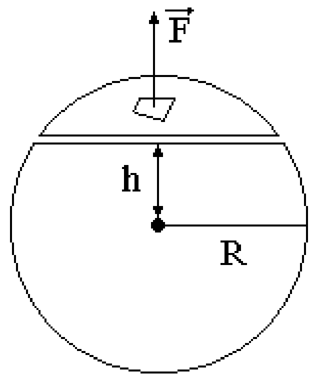


Рис. 112

$$q_o = \frac{q}{2\pi P}$$

Для сиди, яка розтягує кільце, знаходимо;

$$F = \frac{q_o Q}{4\pi \varepsilon_o R^2} = \frac{qQ}{8\pi^2 \varepsilon_o R^3}$$

Задача 189. Заряджену металеву сферу, радіус якої *R*, розрізали площиною на відстані *h* від центра рис. 112. З якою силою відштовхуються частини сфери, якщо повний заряд її був *Q*?

Розв'язок. Будемо вважати, що сфера заряджена додатньо. Заряд *Q*, при відсутності поблизу інших тіл буде рівномірно розподілений по поверхні сфери. Поверхнева густина σ однакова для кожної точки поверхні і дорівнює

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \quad (1)$$

Їз симетрії очевидно, що електростатична сила ΔF, що діє на кожний невеликий елемент зарядженої поверхні ΔS напрямлена по нормалі до поверхні. Для її визначення потрібно знайти напруженість електричного поля в місці, де знаходиться виділений елемент ΔS, створеного рештою частини зарядженої сфери.

Напруженість електричного поля поза зарядженою сферою співпадає з полем точкового заряду такого ж за величиною і розташованого у центрі сфери. Тому безпосередньо біля поверхні сфери напруженість *E* дорівнює

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} \quad (2)$$

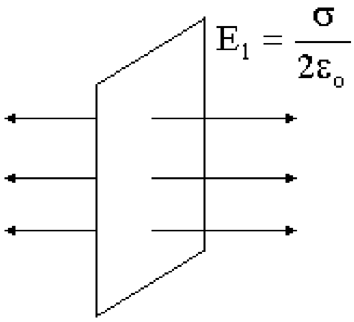


Рис. 113

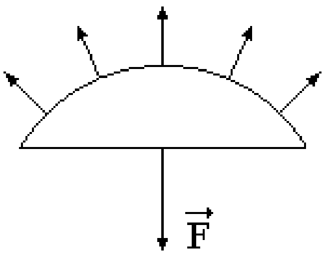


Рис. 114

За принципом суперпозиції це поле можна розглядати як векторну суму полів, створених виділеним елементом поверхні сфери ΔS і рештою частини сфери. Так як нас цікавить напруженість поля безпосередньо біля поверхні сфери, то виділю ний елемент ΔS можна вважати плоским і при обчисленні створеного ним поля використати вираз для напруженості поля рівномірно зарядженої площини. Як відомо, це поле існує з обох сторін площини рис.113 і величина його напруженості E_1, дорівнює

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} \quad (3)$$

Всередині сфери результуюча напруженість рівна нулеві. Отже всередині сфери біля елементу ΔS поле цього елемента направлене всередину сфери, компенсується полем, від решти частини сфери. Таким чином у місці розташування ΔS решта частини сфери створює електричне поле E_2, направлене назовні, причому величина напруженості E_2 також визначається співвідношенням (3).

Ззовні поле E_2 спів напрямлене з полем елементу ΔS, які в сумі створюють поле, напруженість якого вдвічі більша і визначається за формулою (2)

Сила, що дів на елемент ΔS, дорівнює добутку заряду цього елементу $\sigma\Delta S$ на напруженість поля E_2

$$\Delta F = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_o}\Delta S \quad (4)$$

Сила, що діє на одиницю площі поверхні вздовж нормалі до неї, являв собою тиск p для якого у відповідності з формули (4) маємо:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_o} \quad (5)$$

Для знаходження рівнодійної сил F електростатичного тиску, діючих, наприклад, на верхню частину сфери, можна уявити собі жорстку порожню оболонку такої ж форми рис.114. Якщо всередині такої оболонки знаходиться газ під тиском P, то сила тиску цього газу на оболонку зсередини співпадає з силою F, яка нас цікавить. Очевидно, що така ж за величиною сила діє зсередини на другу частину оболонки. Тому для верхньої частини $F = pS$ де $S = \pi(R^2 - h^2)$ – площа сегменту. Таким чином,

$$F = pS = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_o}\pi R^2\left(1 - \frac{h^2}{R^2}\right) \quad (6)$$

Підставляючи сюди значення поверхневої густини заряду σ з (1) одержуємо

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q^2}{8R^2}\left(1 - \frac{h^2}{R^2}\right)$$

Сила відштовхування між частинами сфери буде максимальною, коли сфера розрізана по діаметру ($h=0$). Варте уваги, що у відповіді фігурує квадрат повного заряду сфери Q. Це означає, що взаємодія частин розрізаної сфери завжди носить характер відштовхування, незалежно від того, який за знаком її заряд.

Величину тиску p можна знайти, використовуючи закон збереження енергії. Покладемо, що радіус сфери збільшується на деяку малу величину Δr. При цьому електростатичні сили здійснюють роботу $p\Delta V$, де ΔV – збільшення об'єму сфери. Ця робота здійснюється за рахунок електростатичної енергії. Для зарядженої сфери таку енергію модна розрахувати як енергію створеного нею поля. При збільшенні радіуса сфери її електростатична енергія зменшується, так як зменшується об’єм, що займає поле. Це зменшення енергії дорівнює добутку об’ємної густини електростатичної енергії $w = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2$ на збільшення об’єму сфери ΔV. Прирівнюючи роботу електростатичних сил зменшенню енергії

$$p\Delta V = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 \Delta V$$

і підставляючи сюди значення E із формули (2), для тиску знаходимо

$$p = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_o}$$

що співпадає з одержаним раніше виразом (5).

Задача 190. Плоский конденсатор з відстанню між пластинами d=1см розміщений у вакуумі так, що сила тяжіння перпендикулярна до його пластин рис. 115. Верхня пластина конденсатора закріплена, а нижня з фольги, товщиною h=0,1 мм лежить на ізолюючій підставці. До якої напруги U слід зарядити конденсатор, щоб нижня пластина перестала тиснути на опору? Густина фольги ρ=2830 кг/м^3. Масою з'єднувальних провідників знехтувати.

Розв'язок. З формули електроємності для шуканої напруги маємо:

$$U = \frac{Q}{C} \quad (1)$$

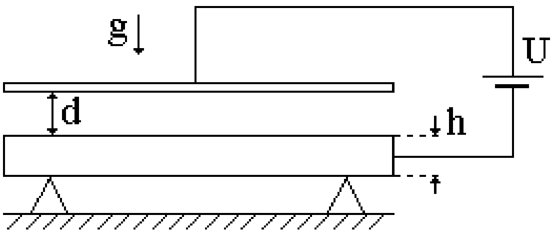


Рис. 115

Нижня пластина перестане тиснути на опору за умови:

$$P = F_e\ , \quad \rho g h \cdot S = F_e \quad (2)$$

Для знаходження сили взаємодії між пластинами конденсатора доцільно міркувати так кожна пластина конденсатора знаходиться в електричному полі другої пластини. При цьому напруженість поля зарядженої пластини в точках, де розташована друга пластина можна розрахувати без інтегрування, бо всі такі точки знаходяться дуже близько від поверхні пластини крайовими ефектами нехтуємо. Звідси пластини розглядаються як нескінчені рівномірно заряджені площини, напруженість яких визначається за формулою

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} \quad (1)$$

де σ – поверхнева густина заряду. Для повного заряду пластини одержуємо:

$$Q = \sigma S \quad (2)$$

Для сили взаємодії між пластинами одержуємо:

$$F = QE, \qquad F = \frac{S\sigma^2}{2\varepsilon_o} \quad (3)$$

Підставивши до формули (2) з останньої знаходимо вираз для електричного заряду пластини:

$$Q = \sqrt{2\varepsilon_o S^2 \rho g h} \quad (3)$$

Вираз для заряду Q, та електроємності плоского конденсатора $\frac{\varepsilon_o S}{d}$ підставляємо у формулу (1) і одержуємо:

$$U = d\sqrt{\frac{2\rho gh}{\varepsilon_o}} \approx 8000\,\text{В}$$

Задача 191. Три однакові маленькі кульки масами m=0,2 г підвішені в одній точці на шовкових нитках довжиною l=20 см. Які однакові заряди слід надати кулькам, щоб їхні нитки утворювала з вертикаллю кут α= 30°?

Відповідь: $q = l\sqrt{\frac{3\pi\varepsilon_0 mg + g\,\alpha}{2\cos 30^{o}}} \approx 4{,}7\cdot 10^{-8}\,\text{Кл}$.

Задача 192. Є два точкових заряди: від'ємний -q масою m та додатний +Q масою M. На якій відстані d один від одного слід розмістити заряди, щоб в однорідному електричному полі напруженістю E вони рухалися як одне ціле не змінюючи взаємного розміщення.

Відповідь: $d = \sqrt{\frac{(m+M)qQ}{4\pi\varepsilon_o E(mQ+qM)}}$.

Задача 193. Кільце з тонкого дроту розривається при заряді – Q. Діаметр кільця і діаметр дроту збільшили в 3 рази. При якому заряді розриватиметься нове кільце ?

Відповідь: Q_1=9Q.

Задача 194. Відомо, що мінімальна напруженість однорідного електричного поля, яке розриває на дві частини провідну незаряджену тонкостінні сферу, дорівнює E_o. Визначіть мінімальну напруженість E_1 поля, яке розірве сферу удвічі більшого радіуса, якщо товщина її стінок залишається незмінною.

Відповідь: $E_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$.

Задача 195. Кулька масою m і зарядом q**,** яка підвішена на нитці довжиною l**,** обертається навколо нерухомої кульки такого ж заряду, що закріплена на одній вертикальній вісі з точкою підвісу і лежить у площині обертання. Кут між напрямком нитки і вертикаллю дорівнює α. Знайдіть частоту обертання кульки.

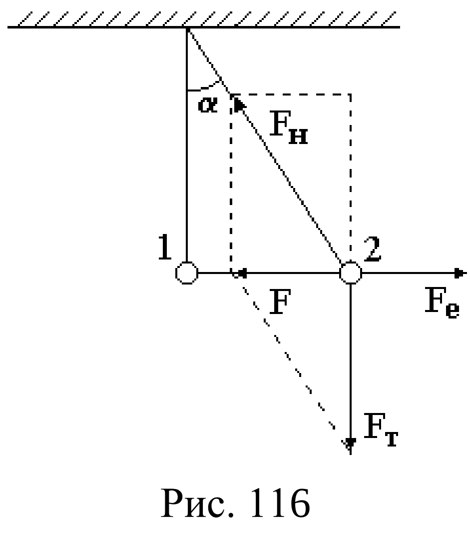


Рис. 116

Відповідь: $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha} - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o ml^3\sin^3\alpha}}$

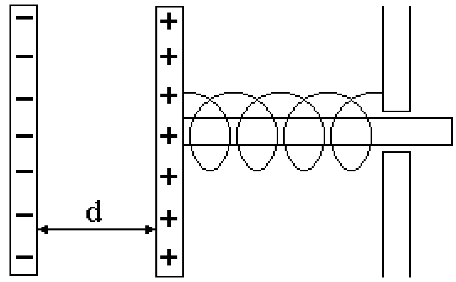


Рис. 117

Задача 196. Одна пластина конденсатора закріплена нерухомо, друга може переміщатися рис 117. Площа пластин *S*, початкова відстань між ними *d*. Конденсатор заряджається до напруги *U*. Якою має бути жорсткість пружини *k*, щоб не сталося зіткнення пластин? Тертям і зміщенням пластини за час заряджання знехтувати.

Відповідь: $k > \frac{\varepsilon_o SU}{xd^2} > \frac{\varepsilon_o SU}{d^3}$.

Задача 197. Жорстке тонке непровідне кільце масою *M*, рівномірно заряджене зарядом +*Q*, має в околі точки *D* невеликий зазор, розміри якого *l* набагато менші за радіус кільця рис. 118. Кільце може вільно обертатися лише відносно горизонтальної осі, яка проходить через центр кільця *O*. Спочатку кільце перебувало в спокої, а після ввімкнення вертикального однорідного поля напруженістю *E*, паралельного до *OA*, почало рухатися. Визначити максимальну швидкість кільця.

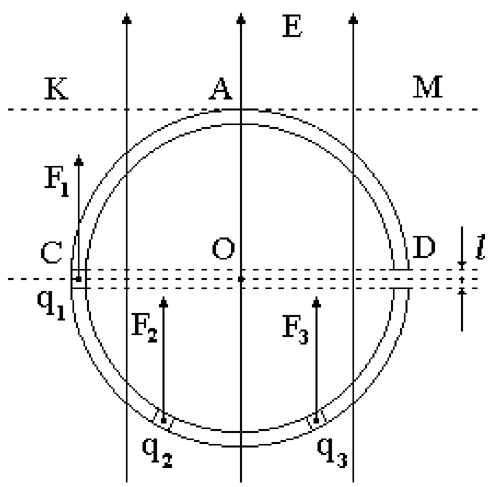


Рис. 118

Розв'язок. На всі елементи кільця зі сторони електричного поля діють сили, що створюють моменти відносно вісі *O*. Дія на довільний заряд q_2 компенсується дією на такий самий, симетрично розташований заряд q_3. Лише некомпенсованою буде дія на заряд q_1 який розташований напроти вирізу (рис.118). Відповідно, кільце почне розкручуватись за годинниковою стрілкою. В мить проходження зарядом q_1 точки *A* швидкість кільця буде максимальною, а після проходження – буде зменшуватись так як момент сили буде спрямований проти його руху. Для визначення максимальної кутової швидкості скористаємось теоремою про кінетичну енергію. Робота $A_{ел}$, яку здійснює електричне поле, дорівнюватиме зміні кінетичної енергії обертального руху кільця:

$$\Delta E_k = E_{KA} = \frac{J_0\,\omega_{max}^2}{2}$$

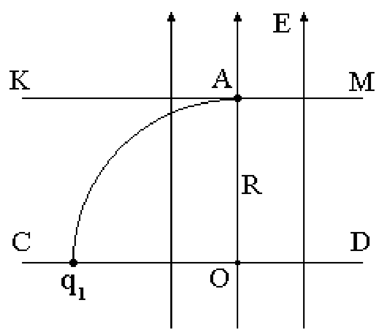


Рис. 119.

Робота електричного поля не залежить від траєкторії руху заряду і для однорідного поля дорівнює:

$$A_E = q_1 \Delta\varphi_{AC} = q_1 ER$$

(заряд q_1 перемістився з еквіпотенціальної поверхні *CD* (рис. 119) на еквіпотенціальну поверхню *KM)*.

$$\frac{J_0\,\omega_{max}^2}{2} = q_1 ER$$

де: $q_1 = \dfrac{Ql}{2\pi R^2}$ – заряд ділянки кільця напроти вирізу; $J_o = mR^2$ – момент інерції кільця відносно вісі *O*.

Максимальна кутова швидкість кільця, що здійснюватиме коливання, визначається за формулою

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{QlE}{\pi m R^2}}.$$

Максимальна лінійна швидкість згідно формули v=ω*R* набуває вигляду

$$v_{max} = \sqrt{\frac{QlE}{\pi m}}$$

Задача 198. Електрон влітає в плоский конденсатор посередині між пластинами, відстань між якими *d*, довжина *l***,** напруга між ними *U***,** При якій швидкості електрона він потрапить у круглу мішень радіуса *R*, розміщену на відстані *L* від конденсатора? Крайовими ефектами знехтувати.

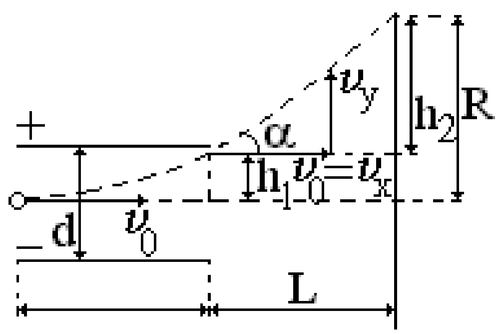


Рис. 120.

Розв'язок. За час *t* руху в електричному полі конденсатора електрон зміститься на h_1 до позитивно зарядженої пластини і набуде складової швидкості v_y внаслідок дії кулонівської сили. При цьому $v_x = v_o$ залишається незмінною. Після вильоту з летить прямолінійно (рис, 120), і, потрапивши на край мішені, зміститься ще на h_2. З рисунка видно, що

$h_1 + h_2 = R$.(1); $h_1 = \frac{a_y t^2}{2}$, $h_2 = L \cdot \mathrm{tg}\alpha$.

Для t, a_y, v_y знаходимо: $t = \frac{l}{v_0}; a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{eU}{dm}; v_y = \frac{eUl}{dmv_0}$ звідки $\mathrm{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_0}$.

Тепер для h_1 і h_2 маємо:

$$h_1 = \frac{eUl^2}{2dm\mathrm{v}_0^2};\ h_2 = \frac{eUlL}{dm\mathrm{v}_0^2}$$

Підставивши праві частини до рівняння (1), одержуймо: $\frac{eUl}{dm\mathrm{v}_0^2}(\frac{l}{2} + L) = R$

Звідси: а) електрон не пролетить повз мішень, якщо $\mathrm{v}_0 \geq \sqrt{\frac{eUl(\frac{l}{2} + L)}{mdR}}$ при $\frac{l + 2L}{2R} < \frac{l}{d}$; б) електрон не впаде на додатньо заряджену пластинку конденсатора, якщо $\mathrm{v}_0 \geq \frac{l}{d}\sqrt{\frac{eU}{m}}$ при $\frac{l + 2L}{2R} < \frac{l}{d}$.

Задача 199. У маленький отвір у зарядженій закріпленій сфері радіуса *R* влітає вздовж цього радіуса із зарядом *q*. Яку швидкість матиме частинка в центрі сфери, якщо на відстані *l* від (*l* >R) її швидкість v, а заряд сфери *Q*?

Відповідь: $\mathrm{v}_1 = \sqrt{\mathrm{v}^2 - \frac{qQ}{m} \cdot \frac{l - R}{2\pi\varepsilon_0 lR}}$.

Задача 200. До конденсатора, що складається із двох квадратних пластин зі стороною *l*=10 см, розташованих на відстані d_0=1 см одна від одної і розділених повітрям, прикладена напруга *U*=0,1 В. Між пластини конденсатора влітає електрон зі швидкістю v_0, що напрямлена паралельно до пластин конденсатора та перпендикулярна до однієї з його сторін. У початковий момент віддаль електрона від в від'ємно зарядженої пластини *d*=4 мм. Якою має бути початкова швидкість, щоб електрон пролетів крізь конденсатор? Відношення заряду електрона до його маси $1{,}759 \cdot 10^{11}\ \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

Відповідь: $\mathrm{v}_1 = \sqrt{\frac{eUl^2}{2md_0(d_0 - d)}} = 1200\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Закони постійного струму

Значна кількість олімпіадних задач за змістом включає складні варіанти змішаного з'єднання як однакових елементів (конденсаторів, опорів, джерел живлення) так і різних. У таких випадках почергово застосовуються формули до паралельного і послідовного сполучень. В ряді випадків схему складного сполучення доцільно замінити еквівалентною, яку можна розкласти на елементи послідовного й паралельного сполучень,

При розрахунку електричного кола, яке складається з джерел постійної напруги і конденсаторів, і схему якого неможливо розкласти на елементи послідовного і паралельного сполучень, тоді варто керуватись двома правилами: вузлів і контурів.

Правило вузлів в наслідком закону збереження електричного заряду: якщо пластини кількох конденсаторів сполучити в один вузол, який безпосередньо не зв'язаний з джерелом напруги, то алгебраїчна сума зарядів на таких пластинах дорівнює нулю, $\sum q = 0.$

Правило контурів в наслідком закону збереження енергії: алгебраїчна сума різниць потенціалів на усіх конденсаторах і джерелах напруги, що зустрічаються при обході любого замкнутого контуру, дорівнює нулю, $\sum U = 0.$

Для розрахунку опорів, сили струму і густини струму застосовується закон Ома. Безпомилкове застосування його до ділянок кола, що включають джерело Е.Р.С. варто дотримуватись таких правил:

а) накреслити схему і позначити на ній полюси всіх джерел та напрямків струму в колі (якщо напрямок невідомий то вказати імовірний напрямок);

б) струм вважати додатнім на визначеній ділянці 1-2, якщо він напрямлений від точки 1 до точки 2;

в) Е.Р.С. вважати додатньою на ділянці 1-2, якщо вона перевищує потенціал в напрямку від точки 1 до точки 2, тобто при уявному напрямку руху від 1 до 2 спочатку зустрічається від'ємний полюс джерела, а потім додатній.

Опори довільних розгалужених кіл можна розрахувати, використовуючи правила Кірхгофа ($\sum I = 0; \sum IR = \sum \varepsilon.$) При цьому необхідно керуватись такими вказівками:

а) визначити /довільно/ напрямки струму на усіх ділянках розгалуженого кола, відмітивши їх на схемі стрілками;

б) при складанні рівнянь за формулами дотримуватись правил знаків: струми, спрямовані до вузла вважати додатніми, а від вузла - від'ємними;

в) мати на увазі, що кількість незалежних рівнянь складених за першим правилом Кірхгофа, завжди на одиницю менша кількості вузлів даного кола;
г) мати на увазі, що кількість незалежних рівнянь складених за першим правилом Кірхгофа, завжди на одиницю менша кількості вузлів даного кола;
д) вибрати напрямок обходу контурів кола (за ходом годинникової стрілки або проти);
е) складаючи рівняння згідно другого правила Кірхгофа, дотримуватись правила знаків: струми, які співпадають з напрямком обходу, записувати із знаком "+", а із зворотнім напрямком – із знаком "-"; вважати додатними ті Е.Р.С., які підвищують потенціал в напрямку обходу, тобто, рухаючись по контуру, спочатку зустрічаймо від'ємний полюс джерела, а потім додатній;
ж) щоб усі рівняння, складені за другим правилом Кірхгофа, були незалежними, необхідно кожного разу визначати контури, до яких включається хоч одна нова ланка кола, якої немає у вже використаних контурах;
з) для спрощення процесу розв'язування одержаної, системи рівнянь попередньо підставити до них числові значення відомих величин;
к) якщо в одержаній відповіді який-небудь струм буде мати знак "-", це свідчить про помилковість початкового вибору напрямку даного струму, якщо ж одернується від'ємне значення опору - це свідчить про невірний вибір напрямку струму в даному провіднику, в цьому випадку невірним буде і числове значенім опору. Необхідно змінити на схемі напрямок струму в провіднику, скласти нову систему рівнянь і, розв'язавши її, визначити шуканий опір.

Задача 201. *Якої ємності конденсатор слід увімкнути між точками K і D* (рис. 121), *щоб ємність усього ланцюжка конденсаторів (між точками A і B) не залежала від числа елементарних ланок?*

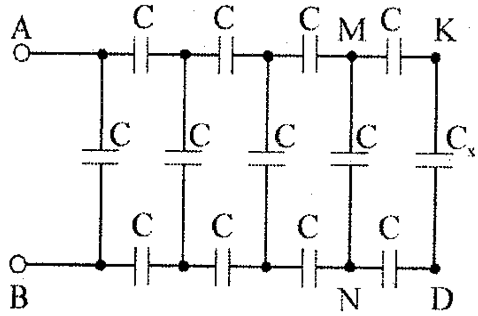


Рис. 121.

Розв'язок. Розглядуване електричне коло складається з конденсатора C_x і послідовних блоків, які складають три однакових конденсатори ємністю C (рис. 123). Якщо послідовне під'єднання блоків не змінює повної еквівалентної ємності кола, то звідси слідує, що еквівалентна ємність схеми повинна дорівнювати C_x. Отже $C_x = C + \frac{CC_x}{2C_x + C}$, Розв'язуючи це рівняння відносно C_x маємо $C_x = \frac{C}{2}(1+\sqrt{3})$.

Другий розв'язок відкидаємо оскільки ємність не може бути від'ємною.

Задача 202. При 0^0C опори двох провідників, які з'єднано послідовно та підключено до джерела постійної наруги, R_1 = 1 *Ом* і R_2 = 2,5 *Ом*. Перший провідник нагріли до 850^0C, а температура другого залишилася незмінною. Потужність струму в першому провіднику при цьому не змінилася. Знайдіть температурний коефіцієнт опору матеріалу провідників. Внутрішнім опором джерела струму знехтувати.

Розв'язок:

$t_1 = 0^0\ C$ $t_2 = 850^0 C$ $R_1 = 1Ом$ $R_2 = 2{,}5Ом$ $P_1 = P_1'$ ――――― $\alpha - ?$	$R_1' = R_1(1+\alpha t)$ $\alpha = \frac{1}{t}(\frac{R_1'}{R_1} - 1)$ $I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2}$ $I_2 = \frac{U}{R_1' + R_2}$ $P = I_1^2 R_1 = \frac{U^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2}$ $P = I_2^2 R_1' = \frac{U^2 R_1'}{(R_1' + R_2)^2}$ $\frac{U^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{U^2 R_1'}{(R_1' + R_2)^2}$	$R_1(R_1' + R_2)^2 = R_1'(R_1 + R_2)$ $R_1 R_1'^2 + \left[2R_1R_2 - (R_1 + R_2)^2\right]R_1' + R_1R_2^2 = 0$ $R_1' = \frac{-\left[2R_1R_2 - (R_1+R_2)^2\right] \pm \sqrt{\left[2R_1R_2 - (R_1+R_2)^2\right]^2 - 4R_1^2R_2^2}}{2R_1}$ Підставивши значення R_1 і R_2 , знаходимо: $R_1'^2 - 7{,}25R_1' + 6{,}25 = 0$. Розв'язавши рівняння, знаходимо: $R_1' = 6{,}25$ *Ом* і $R_1' = 1$ *Ом* -(значення до нагрівання) ―――――――――――――― Для α одержуємо: $\alpha = \frac{1}{850}\left(\frac{6{,}25}{1} - 1\right) = 0{,}0061764$ ($К^{-1}$)

Задача 203. Електрон зі швидкістю $2 \cdot 10^7$ *м/с* влітає паралельно до пластин у плоский конденсатор, напруженість поля в якому 6 *кВ/м.* Знайдіть модуль і напрям вектора швидкості електрона при вильоті з конденсатора, якщо довжина пластин конденсатора 6 *см.*

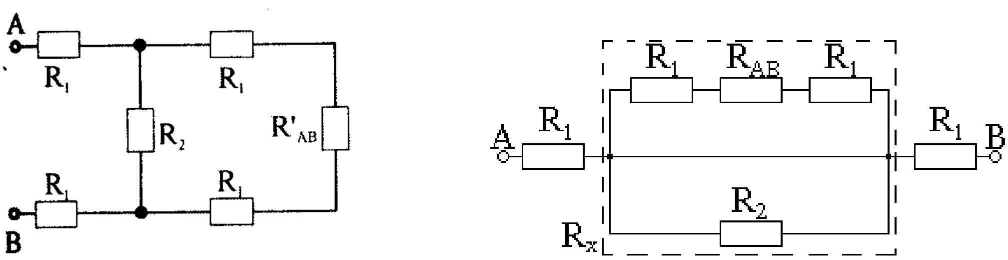
Розв'язок:

v=$2 \cdot 10^7$ *м/с* *E*=6 *кВ/м*=$6 \cdot 10^3$ *В/м*	$\alpha = arctg\frac{v_y}{v_0}$ v=$\sqrt{v_0^2 + v_y^2}$	v$_y$=$\frac{6 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^7} = 3 \cdot 10^7$ (*м/с*)

l=6 $см$=6·10^{-2} $м$ e=1,6·10^{-19} $Кл$ m=9,1·10^{-31} $кг$ ——— $\alpha-?$ v-?	$v_y = at$ $t = \frac{l}{v_0}$ $a = \frac{eE}{m}$ $v_y = \frac{Eel}{mv_0}$	$\alpha = arctg\frac{3}{2} = 56^0$ v=$\sqrt{(4+9)\cdot 10^{14}} = 3{,}6\cdot 10^7$ ($м/с$)

Задача 204. Якими мають бути значення опорів R_1**,** R_2 (рис. 122 а), щоб опір кола між точками A і B дорівнював R_{AB}?

Розв'язок. Виконаємо еквівалентну схему (рис. 122 б). За рисунком



а) б)

Рис. 122

ланцюг складають послідовно сполучені опори R_1, R_{AB} і R_1. Знаходимо вираз для R_x:

$$\frac{1}{R_\chi} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{2R_1 + R_{AB}};$$

$$R_\chi = \frac{R_2(2R_1 + R_{AB})}{2R_1 + R_2 + R_{AB}}.$$

Відповідно до умови, що R_{AB} =2R_1+R_x, знаходимо

$$R_{AB} = 2R_1 + \frac{R_2(2R_1 + R_{AB})}{2R_1 + R_2 + R_{AB}},$$

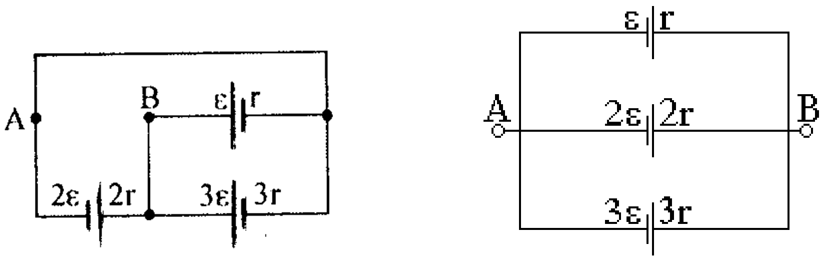
звідки після спрощень одержуємо

$$R_{AB} = 2\sqrt{R_1R_2 + R_1^2}.$$

Задача 205. Визначити різницю потенціалів між точками A і B. ЕРС і внутрішні опори батарей вказані на рис.123 а.

Розв'язок. Виконаємо еквівалентну схему (рис. 123 б), маємо три сполучених паралельно батареї. Визначимо силу стругу, що протікав в колі до розгалуження.

$$I=\frac{\varepsilon}{r}+\frac{2\varepsilon}{2r}+\frac{3\varepsilon}{3r}=3\frac{\varepsilon}{r}.$$



а) б)

Рис. 123.

За формулою паралельного сполучення опорів знаходимо вираз для загального опору:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{r}+\frac{1}{2r}+\frac{1}{3r}=\frac{11}{6r},\ R=\frac{6r}{11}.$$

За законом Ома для різниці потенціалів між точками *A* і *B* одержуємо:

$$U=IR=\frac{18}{11}\varepsilon.$$

Задача 206. Визначити ємність між точками *A* і *B* нескінченної системи однакових конденсаторів (рис. 124).

Відповідь: $C_{\text{AB}}=\frac{C}{2}(1+\sqrt{3})$.

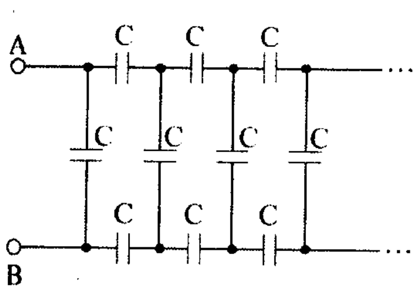


Рис. 124.

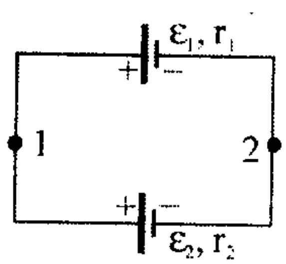


Рис. 125.

Задача 207. Перший елемент має ЕРС ε=2 В і внутрішній опір r_1=0,6 Ом, другий – ε_2 =1,6 В і r_2= 0,4 Ом (рис. 124). Визначити різницю потенціалів

між точками 1 і 2.
Відповідь: $\varphi_2 - \varphi_1 = 1{,}7$ В.

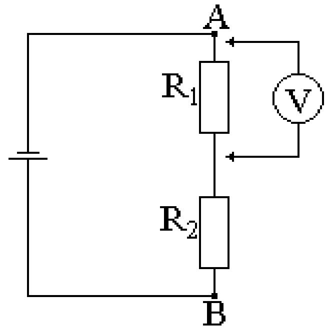


Рис. 126.

Задача 208. Якщо вольтметр підімкнути до R_1 (рис. 126), то він покаже $U_1 = 6$ В, якщо до R_2, то $U_2 = 4$ В, а якщо до точок A і B, то він покаже $U_3 = 12$ В. Якими. насправді є напруги на опорах R_1 і R_2 ? Внутрішній опір джерела мізерно малий.

Відповідь: $U_1' = U\dfrac{R_1}{R_1 + R_2} = 7{,}2$ В.

$U_2' = U - U_1' = 4{,}8$ В.

На рухомі заряджені частинки в магнітного і електричному полях діють сили: електрична $F_{ел} = qE$ і магнітна (лоренцова) $F_м = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]$. В більшості випадків силою тяжіння нехтують. Для запису рівнянь руху в скалярній формі важливо визначити напрямки векторів $F_{ел}$ і $F_м$. При цьому враховується, що q – алгебраїчна величина. Зокрема, для електрону $q<0$, тому вектори $F_{ел}$ і E направлені протилежно. $F_м$ завжди перпендикулярна до векторів $\vec{v}$ і $\vec{B}$. Тому вона повідомляє рухомій зарядженій частинці лише нормальне прискорення, не змінюючи їх швидкості і не здійснюючи роботи.

Задача 209. Частинка масою m і зарядом Q дістала певну швидкість, пройшовши різницю потенціалів U_o. З цією швидкістю вона влітає в плоский конденсатор з відстанню між пластинами d і різницею потенціалів U. Швидкість частинки паралельна пластинам конденсатора. Якою має бути індукція магнітного поля, щоб частинка продовжувала рухатись прямолінійно?

Розв'язок. Частинка не змінюватиме напрямку свого руху, якщо рівнодійна електричної і магнітної сил, перпендикулярних до напрямку руху, дорівнюватиме нулю. Отже $F_{ел} = F_м$. (1)

$$F_{ел} = QE = \frac{QU}{d},\ F_м = QvB.$$

Пройшовши різницю потенціалів U_0, частинка набула кінетичної енергії. Підставивши визначені вирази до рівняння (1), з останнього визначаємо:

$$B = \frac{U}{d}\sqrt{\frac{m}{2QU_0}}.$$

Задача 210. Протон влітає в область поперечного до його траєкторії однорідного магнітного поля під кутом $\alpha = 30^0$. Для вказаного на рис. 127 напряму індукції магнітного поля *B* час руху протона в області поля становить $\tau = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$с. Визначити індукцію *B*.

Розв'язок. У магнітному полі протон описує частину кола (рис.130). З

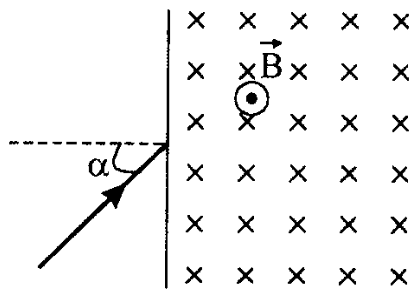


Рис. 127.

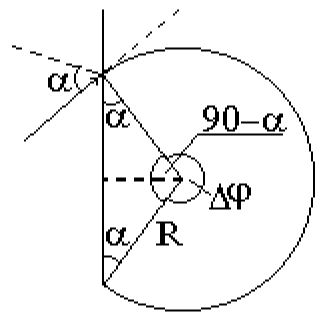


Рис. 128.

рисунка легко визначається його кутове переміщення φ**,** яке дорівнює

$$\varphi = \pi + 2\alpha \ .$$

Тому кутова швидкість визначається за формулою

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi + 2\alpha}{\tau},\ \text{а лінійна} - v = \omega R = \frac{(\pi + 2\alpha)R}{\tau}.$$

Із врахуванням останнього виразу з рівності значень сил лоренца і доцентрової для визначення індукції *B* одержуємо:

$$B = \frac{m(\pi + 2\alpha)}{e\tau} = 8{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{Тл}.$$

Задача 211. Електрон, прискорений у полі з різницею потенціалів U_x=1000 В, влітає в конденсатор перпендикулярно до напруженості його поля. Між пластинами конденсатора, відстань між якими d=5 мм, прикладена напруга U_y =28 В. Довжина пластин конденсатора в напрямі польоту електрона l = 5 см. Після вилітання з конденсатора електрон влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно до напрямку вектора його індукції. Це поле займає довжину l і починається на відстані $\frac{1}{2}l$ від кінця конденсатора (рис. 129). З цього поля електрон вилітає паралельно напряму руху до влітання в конденсатор. Визначити зміщення електрона.

Розв'язок. Повне зміщення електрона χ складають (рис. 130): зміщення при русі в електричному полі між пластинами конденсатора χ_1, зміщення

χ_2 на шляху від конденсатора до магнітного поля та зміщення χ_3 при

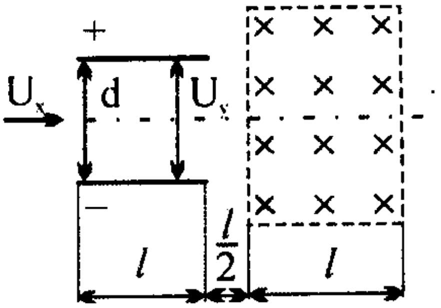


Рис. 129.

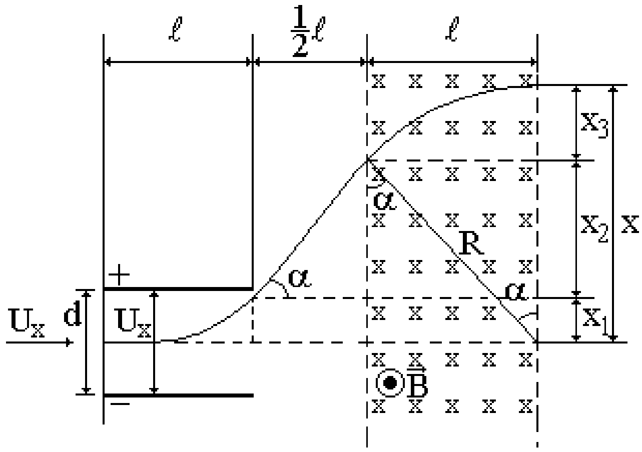


Рис. 130.

русі в магнітному полі:

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 + \chi_3. \quad (1)$$

До влітання в конденсатор електрон, пройшовши різницю потенціалів U_x, набув швидкості v, для якої знаходимо:

$$eU_x + \frac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_x}{m}}. \quad (2)$$

В конденсаторі на електрон діє перпендикулярна до напрямку швидкості електрична сила $F_{ел}$, надаючи йому прискорення а і зміщення χ_1 для яких знаходимо:

$$a = \frac{eU_y}{dm}, \quad (3)$$

$$\chi_1 = \frac{at^2}{2}. \quad t = \frac{l}{v} = \frac{l}{\sqrt{\frac{2tU_x}{m}}} = \frac{l\sqrt{m}}{\sqrt{2eU_x}},$$

тоді
$$\chi_1 = \frac{U_y l^2}{4dU_x}. \quad (4)$$

Зміщення χ_2 визначаємо за формулою

$$\chi_2 = \frac{l}{2\operatorname{tg}\alpha}. \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{at}{v},$$

Враховуючи (2) і (3), знаходимо:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{lU_y}{2dU_x}. \quad (5)$$

Тоді для χ_2 одержуємо:

$$\chi_2 = \frac{U_y l}{4dU_x}.$$

За рисунком зміщення χ_3 визначається за формулою:

$$\chi_3 = R - \frac{l}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

Для R знаходимо: $R = \sqrt{l^2 + \frac{l^2}{\operatorname{tg}^2\alpha}} = \sqrt{l^2 + \left(\frac{2dU_x}{lU_y}\right)^2}$

Тоді для χ_3 одержуємо:

$$\chi_3 = \sqrt{l^2 + \left(\frac{2dU_x}{lU_y}\right)^2} - \frac{2dU_x}{U_y}.$$

Остаточно для повного зміщення χ маємо:

$$\chi = \frac{l^2 U_y}{2dU_x} - \frac{2dU_x}{U_y} + \sqrt{l^2 + \left(\frac{2dU_x}{U_y}\right)^2}$$

Задача 212. Слабко розбіжний пучок електронів вилітає з точки 0 з швидкістю v і рухається в поздовжньому магнітному полі з індукцією B (рис. 131). При яких значеннях магнітної індукції пучок фокусується на екрані E, розміщеному на відстані L від точки 0 ?

Відповідь:

$$B_n = \frac{2\pi m \mathrm{v}}{eL} n.$$

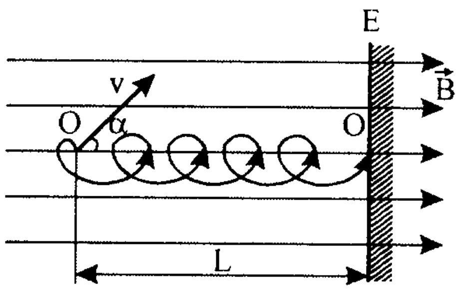


Рис. 131.

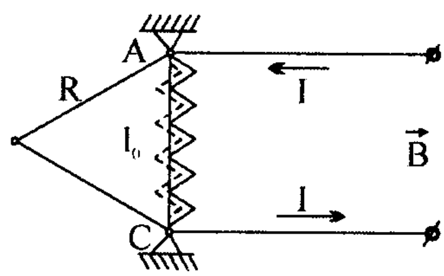


Рис. 132.

Задача 213. Тонка пружина жорсткістю κ=20 Н/м закріплена в недеформованому стані в точках A і C, відстань між якими l_0= 20 см, і поміщена в зовнішнє магнітне поле з індукцією B= 0,80 Тл (рис 132). При пропусканні по пружинці струму вона набирає форми дуги кола радіуса R= 30 см. Визначити салу струму I.

Відповідь: $I=\frac{k}{B}\left[2\arcsin\left(\frac{l_0}{2R}\right)-\frac{l_0}{R}\right]=0{,}32$А.

Задача 214. Протони із стану спокою прискорюються в однорідному електричному полі з напругою U_0 і потрапляють в однорідне магнітне поле перпендикулярно до ліній індукції цього поля (рис. 133). Індукція магнітного поля B. Реєструючий прилад може переміщатися по осі OA, яка утворює з віссю OX кут 45°. Визначити радіус r траєкторії реєстрованих частинок, якщо відома відстань OA= d. Як залежить d від U_0, B і питомого заряду протона? В дослідах з водневими іонами прилад реєстрував якісь частинки, коли стояв на відстані d_2=9,15 см.

Які це частинки? В цих дослідах U_0 і B не змінювалися, а для протонів отримали d_1=6,5 см.

Відповідь: а) $d=r\sqrt{2}$; *б)* $d=r\sqrt{2}=\frac{2}{B}\sqrt{\frac{mU_0}{e}}$; в) дейтрони.

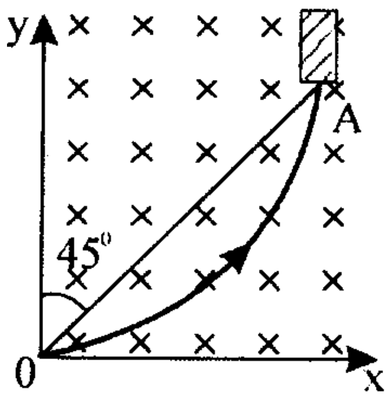


Рис. 133.

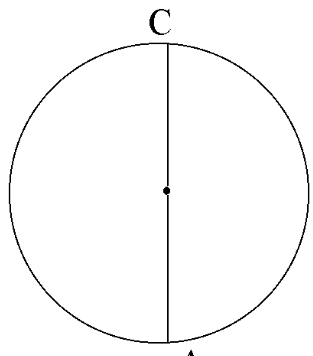


Рис. 134.

Задача 215. З шматка однорідного дроту довжиною l і опором R спаяна фігура у вигляді кільця діаметром AC (рис. 134). Кільце поміщають в однорідне магнітне поле, вектор індукції якого В перпендикулярний до площини кільця. Модуль цього вектора змінюється за законом $B=kt$. Якою буде потужність електричного струму в дроті ?

Розв'язок. Кільце складають два однакових контури, в яких наводиться однакова *ЕРС*. В контурах протікають однакові за величиною і напрямком струми за винятком ділянки – діаметра AC: по AC напрямки струмів кожного контуру протилежні. В результаті через AC струм рівний нулеві. Площа кожного контура $S=\frac{\pi r^2}{2}$, магнітний потік за час Δt змінюється $\Delta\Phi=\frac{1}{2}k\pi r^2\Delta t$. Для визначення радіуса r знаходимо:

$$l=2\pi r+2r \text{ звідки } r=\frac{l}{2(\pi+1)}.$$

Використавши значення радіуса, для магнітного потоку знаходимо:

$$\Delta\Phi=\frac{k\pi l^2\Delta t}{8(\pi+1)^2}.$$

Для ЕРС індукції знаходимо:

$$\varepsilon=\frac{k\pi l^2}{8(\pi+1)^2}.$$

Без врахування спільної ділянки AC довжина контуру визначається

$$l_1=l-2r=\frac{l\pi}{\pi+1},$$

а його опір

$$R'=\frac{R\pi}{\pi+1}$$

Отже для потужності знаходимо:

$$P=\frac{\varepsilon^2}{R'}=\frac{k^2\pi^2 l^4(\pi+1)}{64(\pi+1)^4R\pi}=\frac{k^2\pi l^4}{16R(\pi+1)^3}.$$

Задача 216. У деякий момент часу заряд конденсатора коливального контуру дорівнює 30 *мКл*, а сила струму в котушці 4 *А*. За час Δt заряд збільшився до 50 *мКл*, а сила струму зменшилася до нуля. Знайдіть найменше можливе значення Δt, вважаючи коливання незгасаючими.

Розв'язок:

<u>12.46.</u> Дано: $q_1=3\cdot10^{-4}$ *Кл* I=4 *А* $q_2=q_{ьфч}=5\cdot10^{-4}$ *Кл* $I_2=0$ ______________ $\Delta t_{\min}-?$	<u>При $t=0$ $q=0$</u> і $I=I_{max}$ <u>При $t=t_1$:</u> $q_1=q_2\sin\frac{2\pi}{T}t_1$ $\frac{q_1}{q_2}=\sin\frac{2\pi}{T}t_1$ $0{,}6=\sin\frac{2\pi}{T}t_1$	Для моменту $t=t_2$ $W=\frac{q_2^2}{2C}$ $\frac{q_1^2}{2C}+\frac{LI_1^2}{2}=\frac{q_2^2}{2C}$. Звідси $LC=\frac{q_2^2-q_1^2}{I_1^2}$, а

	$\arcsin 0{,}6 = 37^0 = 0{,}2\pi$ $0{,}2\pi = 2\pi \frac{t_1}{T}$ $t_1 = 0{,}1T$ $t_2 = 0{,}25T$ $\Delta t = t_2 - t_1 = 0{,}15T$ (1) Для знаходження виразу періоду скористаємося енергетичними перетвореннями в коливальному контурі. Для моменту $t = t_1$ $W = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{LI_1^2}{2}$	$\sqrt{LC} = \frac{\sqrt{q_2^2 - q_1^2}}{I_1}$. Тоді $T = \frac{2\pi\sqrt{q_2^2 - q_1^2}}{I_1}$. (2) Підставивши (2) в (1), одержуємо $\boxed{\Delta t = \frac{0{,}15 \cdot 2\pi}{I_1}\sqrt{q_2^2 - q_1^2}}$. Підставивши кількісні значення, знаходимо: $\Delta t_{\min} = 0{,}09 \cdot 10^{-3}$ c.

Задача 217. Контур, який обмежує півкруг радіуса r=1 м, міститься на межі однорідного магнітного поля з індукцією B=0,1 Тл (рис. 135). Контур обертають з кутовою швидкістю $\omega = 100c^{-1}$ навколо осі 0. Опір контура R = 0,314 Ом. Яка кількість теплоти виділяється в контурі за один оберт?

Розв'язок. Шукана кількість теплоти визначається за формулою:

$$Q = \frac{\varepsilon^2}{R}\Delta t. \ (1)$$

За один оберт зміна площі контура у магнітному полі спочатку зростатиме від 0 до $\frac{\pi r^2}{2}$, а потім спадатиме від $\frac{\pi R^2}{2}$ до нуля.

Отже $\Delta S = 2\frac{\pi R^2}{2} = \pi R^2$. (2)

Для ЕРС індукції знаходимо:

$$\varepsilon_i = B\pi r^2 \ (3)$$

За відомою кутовою швидкістю знаходимо час одного обороту:

$$\Delta t=\frac{\omega}{2\pi}\ (4)$$

Підставляючи (3) і (4) в (1), одержуємо:

$$Q=\frac{\pi B^2 r^4\omega}{2R}\approx 5\cdot 10^{-4}\ Дж.$$

Задача 218. Паралельними металевими рейками, відстань між якими l=20 см, рухається зі швидкістю v= 6 м/с провідник (рис. 136). Рейки з'єднані з конденсаторами, ємності яких C_1=4 мкФ і C_2=6 мкФ. Усі провідники

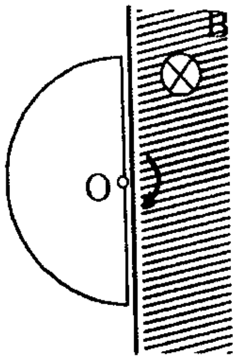


Рис. 135.

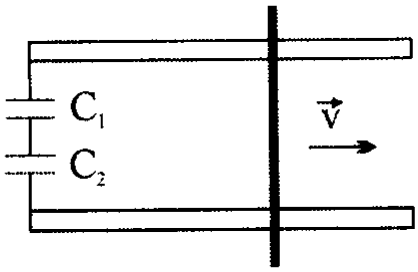


Рис. 136.

розміщені в одній площині і перебувають у постійному магнітному полі, вектор магнітної індукції якого B=1 Тл спрямований перпендикулярно до площини контуру, утвореного провідниками, Знайти напругу U_1 між пластинами конденсатора C_1.

Розв'язок. Розраховуємо ЕРС індукції**,** яка збуджується в колі:

$$\varepsilon_i=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\Delta\Phi=B\Delta S=Bl\text{v}\Delta t$$

$$\varepsilon=Bl\text{v}.$$

Для загальної ємності послідовно сполучених конденсаторів одержуємо:

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}.$$

За формулою електроємності $C=\frac{Q}{U}$ визначаємо значення заряду Q :

$$Q=\frac{Bl\text{v}C_1C_2}{C_1+C_2}$$

Для напруги між пластинами конденсатора ємністю С одержуємо;

$$U_1 = \frac{Q}{C} = \frac{BlvC_2}{C_1 + C_2} = 0{,}72 \text{ В.}$$

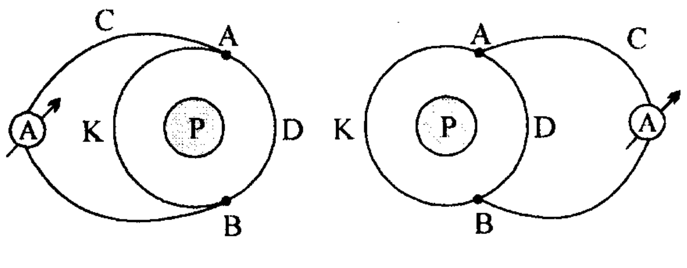
Задача 219. У центрі контуру ADBK (рис. 137) міститься залізний стержень P, в якому магнітний потік змінюється зі сталою швидкістю так, що в контурі індукується *ЕРС* ε. До точок A і B підімкнено амперметр. Яку силу струму покаже амперметр у випадках I і II? Опір частини AKB становить ш, а частини ADB – R_2. Опір кола ACB разом з амперметром R_3.

Розв'язок. Маємо два контури, які пронизує змінний магнітний потік. Так як швидкість зміни однакова, то і *ЕРС* є незмінною з часом і однаковою у обох контурах. Побудуємо для кожного випадку еквівалентні схеми (рис. 138 а і 138 б).

Запишемо закони Кірхгофа для контурів відповідно до випадків:

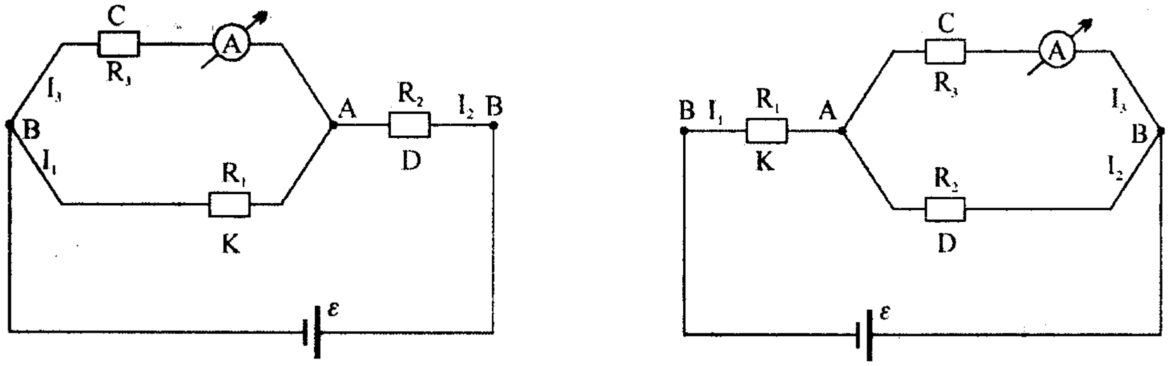
$$\text{I.}\ \begin{cases} I_2 = I_1 + I_3; \\ \varepsilon = I_2 R_2 + I_1 R_1; \\ I_1 R_1 = I_3 R_3. \end{cases} \qquad \text{II}\ \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3; \\ \varepsilon = I_2 R_2 + I_1 R_1; \\ I_2 R_2 = I_3 R_3. \end{cases}$$

Розв'язок системи відносно шуканих струмів дає:



а) б)

Рис. 137.



а) б)

Рис. 138.

$$I_3' = \frac{\varepsilon R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$$

$$I = \frac{\varepsilon R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}.$$

Задача 220. Контур *AOB* має вигляд сектора, утвореного дугою АВ радіуса L = 10 см з оголеного дроту і радіальними провідниками *OA* і *OB* з опорами R_1=1 Ом і R_2=2 Ом (рис 1391). У центрі *O* дуги шарнірне закріплена перемичка *OC*, другий кінець якої може рухатися вздовж дуги, зберігаючи з нею контакт. Опір перемички R_3= 3 Ом. Магнітне поле з індукцією B=0,2 Тл спрямоване перпендикулярно до площини контуру. Визначити силу струму в перемичці при її обертанні з кутовою швидкістю $\omega = 11\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

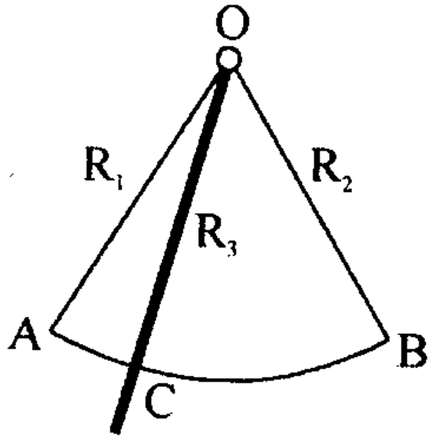


Рис. 139.

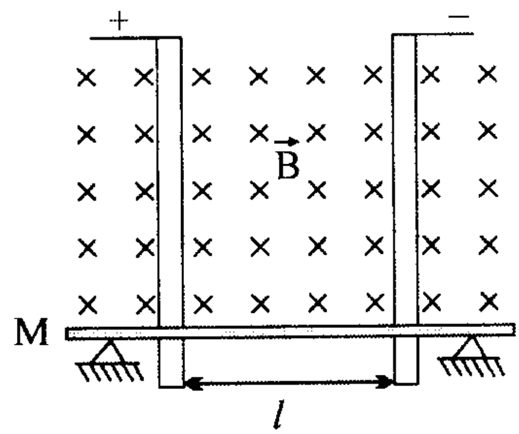


Рис. 140.

Розв'язок. Перемичка ділить контур на два сектори. При її обертанні змінюються площі секторів на однакову величину, відповідно в кожному контурі збуджується однакова *ЕРС*. За формулою площі сектора $S = \mathrm{l}\frac{L}{2}$ для зміни цієї площі протягом одиниці часу знаходимо;

$$\Delta S = \frac{1}{2}L\mathrm{v} = \frac{1}{2}L\omega L = \frac{1}{2}L^2\omega.$$

Для збуджуваної ЕРС в контурі одержуємо:

$$\varepsilon = \frac{BL^2\omega}{2}.$$

Запишемо закони Кірхгофа для обох контурів:

$$I_1R_1+I_3R_3=\frac{B\omega L^2}{2}$$

$$I_2R_2\text{-}I_3R_3=\frac{B\omega L^2}{2}$$

$$I_1=I_2+I_3.$$

Розв'язуючи систему відносно сили струму в перемичці, одержуємо:

$$I=\frac{B\omega L^2}{2\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3\right)}=3\cdot10^{-3}\Phi.$$

Задача 221. Провідними вертикальними рейками. які містяться в однорідному магнітному полі, перпендикулярному до площини рисунка, може ковзати без тертя металева штанга масою M (рис. 140). По штанзі періодично пропускаються імпульси струну амплітудою I_0 і тривалістю τ_0, При якому періоді повторення імпульсів струму штанга підніматиметься вгору в середньому рівномірно? З якою середньою швидкістю? Відстань між рейками l, індукція магнітного поля B. У початковий момент часу штанга лежить на двох нерухомих опорах.

Відповідь: $T=\frac{BIl}{Mg}\tau_0\cdot \mathrm{v_c}=\frac{1}{2}\mathrm{v}=\frac{BIl-Mg}{2M}\tau_0.$

Задача 222. Нескінченно довгий круглий залізний стержень намагнічується так, що магнітний потік через нього зростав з швидкістю

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=3\ \frac{\text{Вб}}{\text{с}}.$$

У площині, перпендикулярній до осі стержня, вміщено навколо нього коло, спаяне з двох металевих дротин однакової довжини (рис. 141), опори яких відповідно R_1=1 Ом і R_2=2 Ом. Що покаже вольтметр з дуже великим внутрішнім опором, підімкнений до точок A і B?

Відповідь: U=1 В і U=-2 В (відповідно до розташування вольтметра).

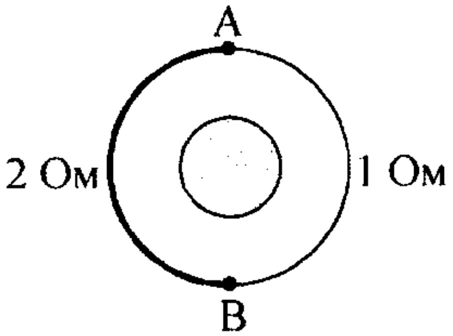


Рис. 141.

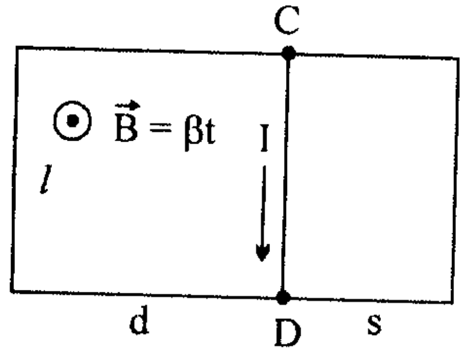


Рис. 142.

Задача 223. З однорідного дроту, опір одиниці довжини якого ρ, виготовили рамку (рис. 142), розміри якої вказані на рис. Рамка міститься в однорідному магнітному полі, напрям вектора індукції якого B перпендикулярний до її площини. Індукція змінюється з часом за законом $B=\beta t$. Якої сили струм I йде по вітці CD? Самоіндукцією провідників знехтувати.

Відповідь: $I=\dfrac{\beta l^2(d-s)}{\rho[4(ds+sl+ld)+3l^2]}$.

При розв'язуванні задач на електромагнітні коливання варто врахувати, що закони послідовного і паралельного сполучень для ланцюгів постійного струму не придатні для змінного струму, якщо його характеризувати не миттєвими значеннями величин I, U, ε, а діючими $I_д$, $U_д$, $\varepsilon_д$ (або амплітудними) I_0, U_0, ε_0. Так при послідовному сполученні сума напруг на окремих ділянках замкнутого ланцюга не дорівнює електрорушійній силі, а при паралельному – сума струмів у вітках не дорівнює силі струму у не розгалуженій ділянці кола. Величини I, U, ε, що визначають електричні процеси у всьому колі і окремих його ділянках, здійснюють гармонічні коливання, знаходячись у різних фазах. Тому напруги (і струми) додаються за правилом додавання векторних величин із врахуванням кута (різниці фаз) між ними.

Для розв'язування ряду задач використовується закон Ома для кіл змінного струму.

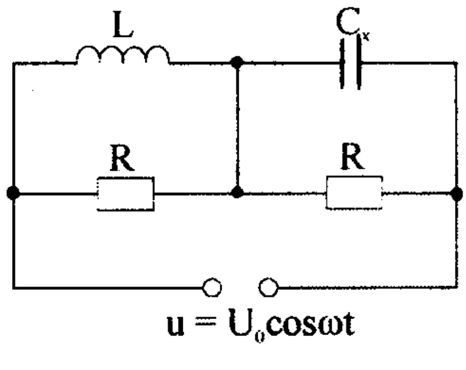


Рис. 143.

Задача 224. При якій ємності конденсатора C_x (рис. 143) зсув фаз між підведеною напругою і силою струму в зовнішньому колі дорівнюватиме нулю при будь-якій частоті джерела? Індуктивність котушки L**,** опір кожного резистора R.

Розв'язок. Нехай у зовнішньому колі тече струм I_0. Тоді для контура, який містить котушку індуктивності й резистор, векторна діаграма матиме вигляд, наведений на рис. 144 а**,** при цьому

$$\vec{I}_0 = \vec{I}_{LR} + \vec{I}_L; \; U_{LR}=I_{LR}R=I_L\omega L.$$

Для контура, який містить конденсатор і резистор, векторна діаграма буде аналогічною (рис. 144 б):

$$I_0=I_C+I_{CR}; \; U_C=I_{CR}R=I_C\frac{1}{\omega C}.$$

Щоб вектор $\vec{U}_0$ збігався за фазою з $\vec{I}_0$, необхідно, щоб кути між векторами $\vec{I}_0$ і $\vec{I}_{LR}$**,** а також між $\vec{I}_0$ і $\vec{I}_C$ – були однакові (рис. 144 в). Тоді

$$\frac{I_L}{I_{LR}} = \frac{I_{CR}}{I_C},$$

звідки випливає, що

$$\frac{\omega L}{R} = \omega CR, \; C=\frac{L}{R^2}.$$

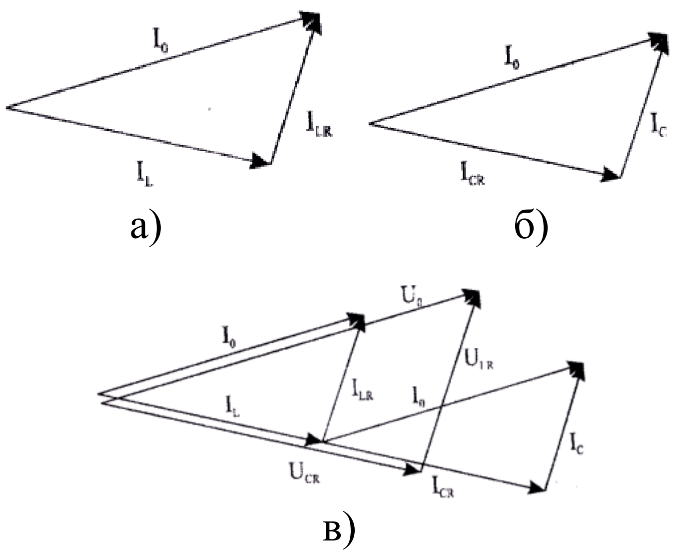


Рис. 144.

Задача 225. До точок A і B (рис. 145) підведено напругу U=127 В. Яка напруга буде мін точками M і N?

Розв'язок.

Амплітудне значення прикладеної напруги $U_1=127\sqrt{2}$ В.

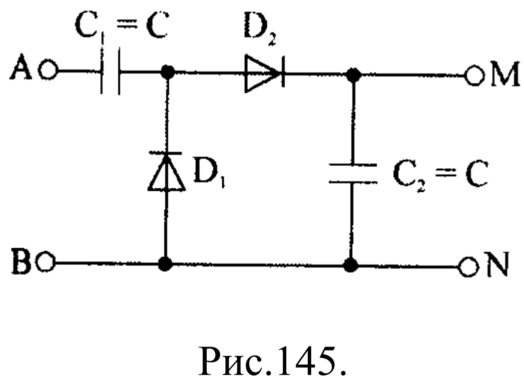
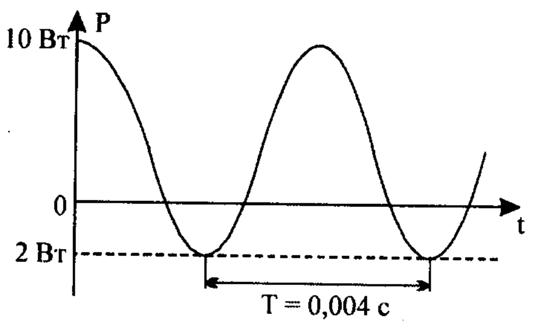


Рис.145.

У початковий момент конденсатор не заряджений. Протягом першого півперіоду, коли на точку A подається від'ємний потенціал, діод D_1 відкритий, і конденсатор C_1 заряджається до напруги U_1; при цьому на його правій обкладці наводиться заряд $q=CU_1$. Під час другого півперіоду D_1 закривається і відкривається D_2, при цьому частина наведеного на C_1 заряду стікає на верхню обкладку C_2. Цей процес повторюватиметься в кожен період, поки на верхній обкладці C_2 не накопичеться такий заряд q, коли при відкритому D_2 заряд з C_1 на C_2 стікати не буде. Значення заряду q можна знайти, розглядаючи схему при відкритому D_2 і закритому D_1, коли точка A має потенціал $+U_1$. На правій обкладці C за перший півперіод наводиться заряд CU_1. Напруга $U_1=\frac{q}{C}-\frac{U_1C}{C}$. Звідси заряд $q=2CU_1$. Отже, між точками M і N виникне різниця потенціалів

$$2U_1= 2\cdot 127\sqrt{2}\text{ В}.$$

Задача 226. Дано графік потужності в колі змінного струму (рис. 146) і задані параметри кола. Обчислити період струму і зсув фаз струму й напруги. Які можуть бути схеми ділянок кола з такими властивостями ?



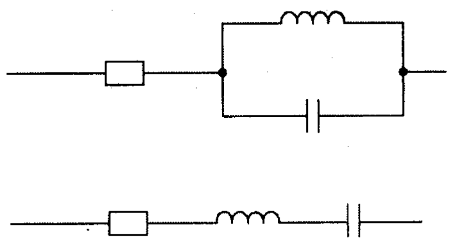


Рис.146. Рис. 147.

Розв'язок. Максимальне і мінімальне значення потужності:

$$P_1=\frac{1}{2}I_0U_0(\cos\varphi+1);\ \frac{1}{2}I_0U_0(\cos\varphi+1);\ P_2=\frac{1}{2}I_0U_0(\cos\varphi-1).$$

Звідси зсув фаз $\varphi=\arccos\frac{P_1+P_2}{P_1-P_2}=\arccos\frac{8}{12}\approx 48{,}2^o.$

Можливі схеми ділянок зображені на рис. 147.

Задача 227. Неонова лампа загоряється і гасне при напрузі *90 В*.У мережі змінної напруги ця лампа горить половину періоду. Яку напругу покаже підключений до цієї мережі вольтметр змінної напруги?

Р о з в'я з о к:

За умови загоряння і загасання лампи за однакової напруги і горіння протягом половини періоду, час наростання напруги від нуля до напруги загорання становить восьму частину періоду, $t_0=\frac{T}{8}$.

Дано:		
$U_л = 78В$ $U_Д = 110В$ $\nu_{мережі} = 400Гц$ ——— $\nu_{лампи} - ?$ $t_0 - ?$	З рис. видно, що $t_0 = T - 4t$. t_0 визначимо з рівняння гармонічних коливань напруги $U = U_{max} \sin 2\pi\nu t.$ $\frac{U_л}{U_Д\sqrt{2}} = \sin 2 \cdot 800\pi t$ $0{,}5 = \sin 2 \cdot 800\pi t$ $\arcsin 0{,}5 = \arcsin 2 \cdot 800\pi t$	$\frac{\pi}{4} = 800\pi t$ $t = \frac{1}{600} c.$ Враховуючи, що протягом кожного періоду лампа спалахує двічі, частоту спалахів знаходимо за формулою $\nu_{лампи} = 2\nu$ $t_0 = \frac{1}{400} - \frac{4}{6400} = \frac{12}{6400} \approx$ $\approx 1{,}9 \cdot 10^{-3} c$ $\nu_{лампи} = 2 \cdot 400 = 800Гц$

<u>Дано:</u>	З рівняння гармонічних коливань для напруги знаходимо:	$U_Д = 90В;$
$U = 90В$ $t = \frac{T}{4}$ ——— $U_Д - ?$	$U = U_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t;$ $U = U_{max} \sin \frac{2\pi T}{T};$ $U = U_{max} \sin \frac{\pi}{4};$ $U = U_{max} \frac{\sqrt{2}}{2};$ $U_{max} = \frac{2U}{\sqrt{2}};$ $\boxed{U_Д = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{2U}{2} = U}$.	

Задача 228. Якір двигуна постійного струму з опором обмотки R = 0,5 Ом при підімкненні до мережі з напругою U = 20 В робить n_0 =100 об/с, споживаючи електричну потужність P = 300 Вт. Яку *ЕРС* ε створюватиме

ця машина, працюючи як генератор, якщо якір робитиме $n = 200\ \frac{\text{об}}{\text{с}}$?

Відповідь: $\varepsilon = \frac{n}{n_0}\left(U - \frac{PR}{U}\right) = 25$ В.

Задача 229. До магістралі змінного струму з діючою напругою U= 220 В через дросель з індуктивністю L = 0,05 Гн і активним опором R = 1 Ом підімкнена освітлювальна мережа квартири (рис 148). Яка напруга U_1 буде на вході в квартиру, якщо споживається струм силою I = 2 А ? Напруга змінюється з частотою ν = 50 Гц.

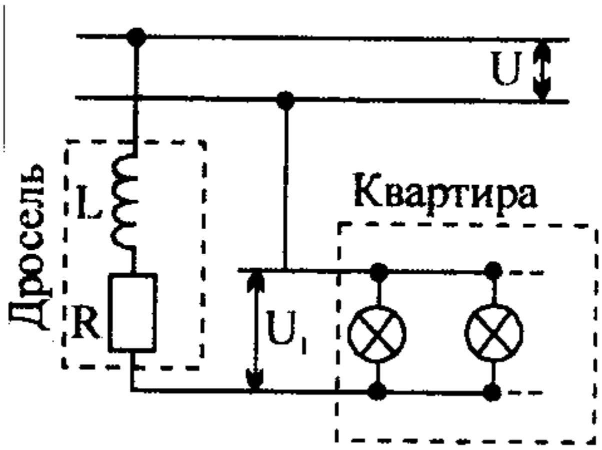


Рис. 148.

Відповідь:

U_1=-IR$\pm\sqrt{U^2 - I^2L^2 4\pi^2\nu^2} \approx 217$ В.

Задача 230. По котушці з індуктивністю L й активним опором R тече змінний пилкоподібний струм і (рис. 149), сила якого за час T_1 рівномірно зростає від нуля до максимального значення I_m, а потім за час T_2 рівномірно спадає до нуля. Як змінюється з часом напруга U на котушці ?

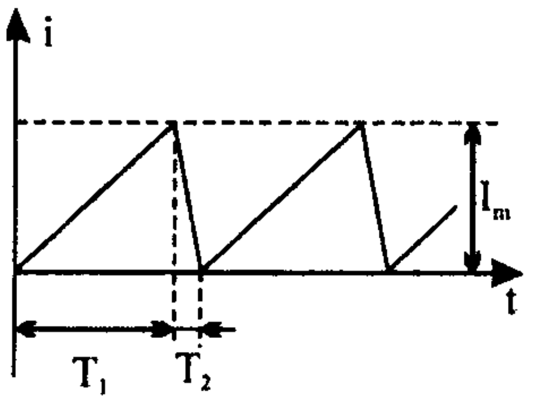


Рис. 149.

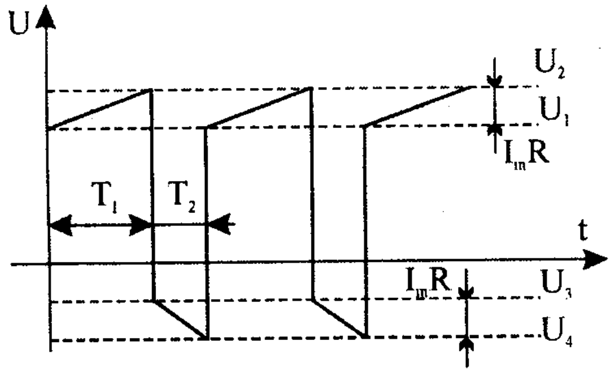


Рис. 150.

Відповідь: Графік змін напруг показано на рис. 150. У кожному періоді напруга спочатку зростає від U_1 до U_2, потім стрибком зменшується до U_3 і в другій частині періоду рівномірно зменшується до U_4**,** причому різниці U_2-U_1 і U_3-U_4 є однаковими і дорівнюють $I_mR\cdot\varepsilon$

Задача 231. Генератор змінного струму частоти ω з *ЕРС* ε з'єднано з навантаженням лінією передачі, індуктивність якої L. Нехтуючи втратами в лінії передачі й генераторі, визначити, яку максимальну потужність можна передати від генератора до навантаження ?

Відповідь: Згідно з законом Ома $I=\frac{\varepsilon}{z}=\frac{\varepsilon}{\sqrt{(\omega L)^2+R_2}}$, а потужність, споживана навантаженням $P=I^2R=\frac{\varepsilon^2 R}{(\omega L)^2+R^2}$. Потужність, передана від генератора до навантаження, максимальна за умови $R=\omega L$. Отже максимальна потужність

$$P_{\max}=\frac{\varepsilon^2}{2\omega L}.$$