

## Про деякі прості помилки учнів

### Сили тертя.

Сила тертя, як і всяка інша сила, виконує роботу і змінює кінетичну енергію тіла за умови, якщо точка прикладання цієї сили переміщується в обраній системі відліку. Але на відміну від консервативних сил (тяжіння, пружність) робота сили тертя залежить від форми траєкторії, а отже, цю роботу не можна подати як зміну потенціальної енергії системи. Додаткові труднощі під час обчислення роботи створює специфіка сил тертя спокою.

Розглянемо кілька питань, що пов'язані з нерозумінням ролі сил тертя в зміні енергії системи тіл.

### 1. Про силу тертя ковзання.

Дуже часто стверджують, що сила тертя ковзання завжди виконує від'ємну роботу і це, як наслідок, веде до зростання внутрішньої енергії системи. Але такий висновок справедливий лише в тому випадку, коли мова йде про сумарну роботу всіх таких сил системи, а не про одну окремо взятую силу. Справа у тому, що робота будь-якої сили залежить від вибору системи відліку і в одній системі вона позитивна, а в іншій – негативна. А сумарна робота всіх сил тертя, що діють в системі не залежить від вибору системи відліку, а тому тільки від'ємна.

*Приклад.* Покладемо цеглину на рухомий візок так, щоб він ковзав по ньому (рис.1).

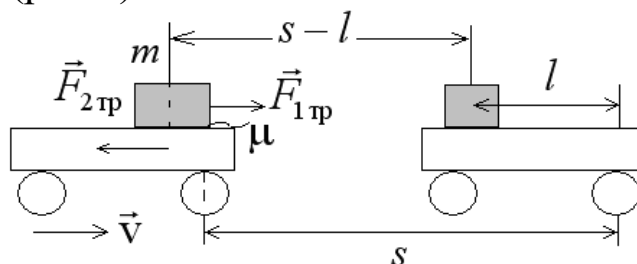


рис. 1

В системі Земля сила тертя  $\vec{F}_{1\text{тр}}$ , що діє на цеглину до припинення ковзання, виконує позитивну роботу  $A_1 > 0$ . Одночасно сила тертя  $\vec{F}_{2\text{тр}}$ , що діє на візок (за модулем вона рівна  $\vec{F}_{1\text{тр}}$ ) виконує від'ємну роботу  $A_2 < 0$ , що більша за  $A_1$ , бо шлях візка  $s$  більший шляху цеглини  $s-l$  (шлях цеглини відносно візка  $l$ ). Отже,

$$A_1 = \mu mg(s-l); A_2 = -\mu mgs; A = A_1 + A_2 = -\mu mgl < 0.$$

Тому кінетична енергія системи спадає (переходить у теплову):

$$\Delta E_k = -\mu mgl < 0 . m$$

Цей висновок має загальне значення. Дійсно, робота двох сил, що здійснюють взаємодію між тілами, не залежить від вибору системи відліку, в якій одне з тіл нерухоме, тоді в цій системі робота сили тертя, що діє на рухоме тіло, завжди від'ємна, бо сила тертя спрямована проти відносної швидкості. Але вона від'ємна і в будь-якій іншій системі відліку. Тому завжди, за будь-якої кількості тіл у системі, робота сили тертя від'ємна. Ця робота і є мірою зменшення механічної енергії системи.

## 2. Про силу тертя спокою.

У тому випадку коли на тіла, що дотикаються одне до одного, діє сила тертя спокою, тоді ні механічна, ні внутрішня енергія тіл не змінюється. Чи означає це, що робота сили тертя спокою рівна нулеві? Це твердження вірне лише по відношенню повної роботи сил тертя спокою над усіма тілами, що взаємодіють. Але одна, окремо взята сила тертя спокою може виконувати роботу, причому  $A_{\text{тр}} < 0$  або  $A_{\text{тр}} > 0$ .

Наприклад, на столі у поїзді, що рушає, лежить книга. Між столом і книгою діє сила тертя спокою, бо книга змінює свою швидкість, як і поїзд (ковзання немає). Кінетична енергія книги зростає, це відбувається за рахунок роботи сил тертя спокою, що діють на неї з боку стола (поїзда). Але, така ж сила діє на поїзд з боку книжки, але ця сила спрямована протилежно до першої, виконує таку ж роботу, але ця робота від'ємна. Отже, повна робота цих двох сил тертя спокою рівна нулеві, а тому повна механічна енергія системи такого роду силами не змінюється. Одночасно, книга збільшила свою механічну енергію, а поїзд на таку ж величину її зменшив (порівняно до того, яку б енергію він мав, якби книги в поїзді не було).

## 3. Про рух самохідного транспортного засобу без ковзання коліс.

Найбільш стійким є неправильне тлумачення якраз цього явища. Нехай таким самохідним засобом є автомобіль (рис. 2).



рис. 2

Єдина сила, що надає автомобілю прискорення, є сила тертя спокою  $F_{\text{тр}}$ , що діє на ведучі колеса (силами опору повітря і тертям кочення ми для спрощення знехтуємо).

Згідно теореми про рух центру мас, імпульс сил тертя рівний зміні імпульсу автомобіля:

$$F_{\text{тр}} \Delta t = \Delta(Mv_C) = Mv_C,$$

причому  $v_{C_0} = 0$  і  $v_C \neq 0$ .

Автомобіль набуває швидкості, його імпульс зростає, одночасно зростає і його кінетична енергія. А тому, що імпульс надається силою тертя, тоді природно вважати, що і кінетичну енергію він одержує за рахунок роботи цієї сили. Це твердження повністю неправильне! Дійсно, сили тертя прискорюють автомобіль, але роботи при цьому не виконують? Але нічого парадоксального в такій ситуації немає!

Щоб проаналізувати ситуацію розглянемо просту модель: гладенькій куб з прикріпленою до однієї з перпендикулярних горизонтальному напрямку граней пружиною (рис. 3).

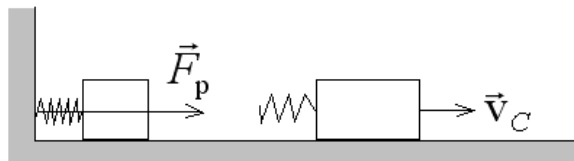


рис. 3

Куб присувають до стінки, стискаючи пружину, а потім відпускають. „Відштовхуючись” від стіни, розглядувана система (куб із пружиною) набуває певного імпульсу і кінетичної енергії. Єдиною зовнішньою силою, що діє на систему в горизонтальному напрямку є сила реакції стіни  $\vec{F}_p$ . Якраз вона і надає системі прискорення. Але при цьому ніякої роботи вона, звичайно, не виконує, адже точка прикладання цієї сили нерухома (в системі відліку „Земля”), хоча сила і діє деякий час  $\Delta t$  (доки пружина дотикається до стіни).

Таку ж картину ми маємо для автомобілю, що розганяється без ковзання. Точка прикладання сили тертя спокою, що діє на ведуче колесо, тобто точка дотику цього колеса і дороги, в будь-який момент часу перебуває в спокої відносно дороги (у системі відліку „Земля”). Під час руху автомобіля вона зникає в одній точці та відразу ж виникає в іншій. Чи не суперечить це законові збереження механічної енергії? Ні! У нашому випадку збільшення

кінетичної енергії відбувається за рахунок внутрішньої енергії, яка виділяється при згорянні пального, а не за рахунок роботи сили.

Розглянемо тепер іграшковий автомобіль з пружинним механічним заводом. Двигун цього автомобіля використовує потенціальну енергію закрученої пружини.

1. У початковий момент пружина розтягнута (закручена):

$$E_{p1} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}; E_{k1} = 0; E_1 = E_{p1} + E_{k1} = E_{p1}.$$

2. Кінцевий момент пружина не деформована  $E_{p2} = 0$ , автомобіль одержав максимальну швидкість,  $E_{k2} = \frac{mv_C^2}{2}$ , а повна енергія:

$$E_2 = E_{p2} + E_{k2} = E_{k2}.$$

Згідно закону збереження, порівнюючи початковий і кінцевий моменти маємо:

$$\frac{k(\Delta l)^2}{2} = \frac{mv_C^2}{2}.$$

Для реального автомобіля:

$$\frac{mv_C^2}{2} = \Delta U,$$

де  $\Delta U$  – енергія, одержана при згорянні палива.

Коли колеса автомобіля ковзають, то  $A_{тр} < 0$ , бо точка дотику коліс автомобіля рухається проти напрямку сил тертя ковзання. Тому:

$$\frac{mv_C^2}{2} = \frac{k(\Delta l)^2}{2} + A_{тр}$$

Тому кінетична енергія автомобіля в такому разі буде меншою ніж за відсутності ковзання. Це одна з причин того, що шини виготовляють так, щоб їх зчеплення з дорогою було максимальним, а проковзування відсутнім. Подібним чином діють і гальма в автомобілі.

### **Практичне застосування законів Ньютона.**

Для того, щоб встановити динамічне рівняння руху, потрібно, перш за все, встановити, які сили діють на розглядуване тіло. Для цього необхідно з'ясувати, з якими тілами взаємодіє дане тіло, дії яких тіл на досліджуване необхідно мати на увазі.

Наприклад, тіло на похилій площині (рис. 4): дія Землі – сила  $m\vec{g}$ ; дія з боку похилої площини –  $\vec{F}_p$  (цю силу за напрямком визначити важко, а тому її подають як суму двох сил  $\vec{F}_{тр} + \vec{F}_n$ ).

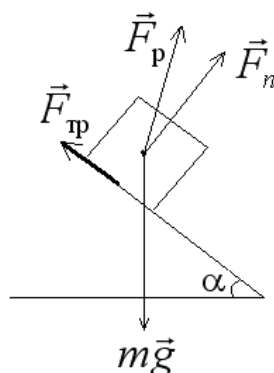


рис. 4

Ніколи не потрібно вводити в розгляд „рухомі”, „скочуючі”, „доцентрові”, „відцентрові” і тому подібні сили! Щоб не помилитись, необхідно характеризувати сили не за дією, яку вони зумовлюють, ні за динамічним або статичним проявами, а за „джерелом”, що викликає появу цієї сили. Отже, за кожною силою потрібно бачити тіло, впливом якого обумовлена сила. Типова помилка полягає у тому, що одна й та ж сила враховується двічі, але під різними назвами.

В розглянутому прикладі доцільно силу реакції  $\vec{F}_p$  розкласти на дві складові: силу нормального тиску  $\vec{F}_n$  і силу тертя  $\vec{F}_{тр}$ , це зокрема корисно й тому, що напрям цих сил відомий, а сила тертя пропорційна модулю сили нормального тиску. Тоді рівняння руху тіла на похилій площині матиме вигляд:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_p = m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_n.$$

Для обчислення необхідно від векторів перейти до проекцій векторів на відповідним чином вибрані напрями. При цьому користуються наступними властивостями:

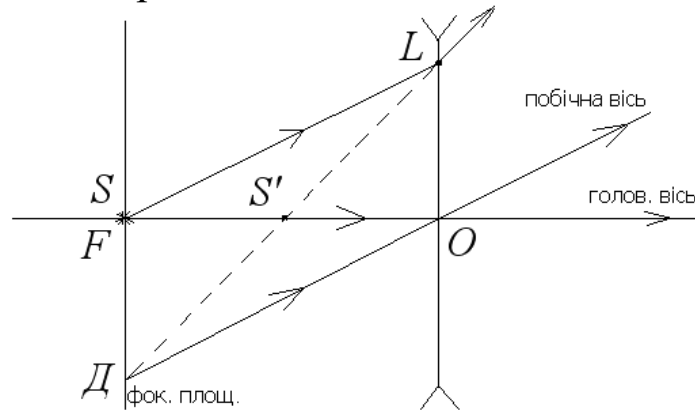
- Рівні вектори мають однакові проекції.
- Проекція вектора  $\vec{a} = k\vec{b}$  рівна добутку проекції вектора  $\vec{b}$  на цей скаляр  $k$ .
- Проекція суми векторів дорівнює алгебраїчній сумі проекції векторів, що додаються.

### **Побудова зображень в тонких лінзах.**

Для побудови зображень в тонких лінзах в кожному випадку використовують три основні промені: перший промінь паралельний

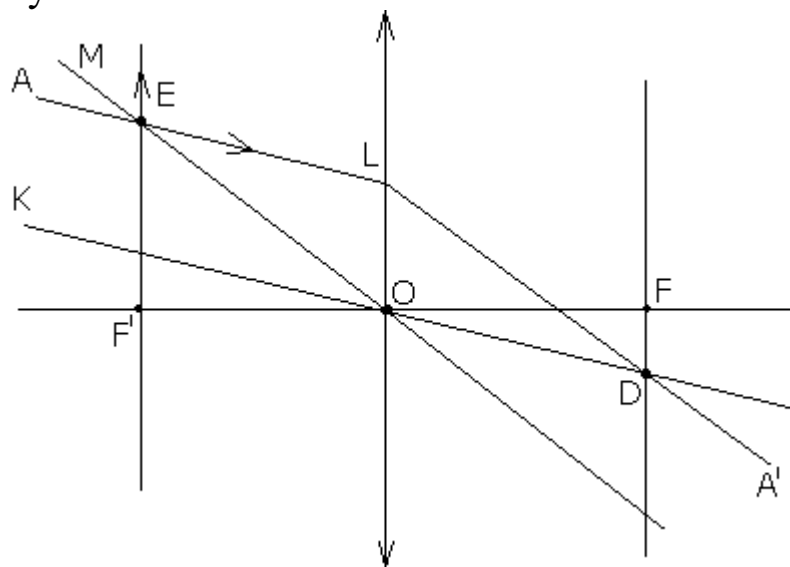
до головної оптичної вісі, що заломлюється і проходить через головний фокус; другий промінь, що проходить через центр лінзи і не заломлюється; третій промінь, що проходить через головний фокус, заломлюється і проходить паралельно до головної оптичної вісі.

*Приклад 1:* точкове джерело лежить в фокусі розсіюючої лінзи. Побудувати зображення.



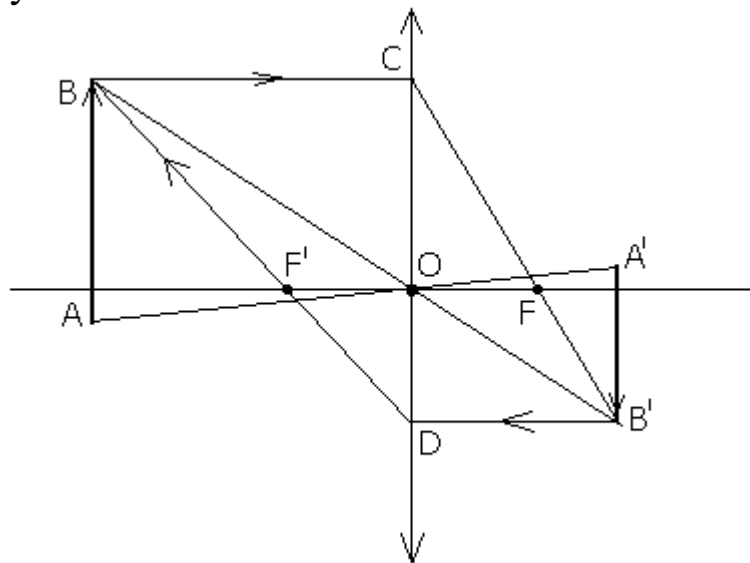
- Всі три зручні промені співпадають ( $SO$ ).
- Проводять довільний промінь  $SL$ , який потім заломиться.
- Проводять  $DO \parallel SL$  – побічна оптична вісь, що перетинає фокальну площину в побічному фокусі  $D$ .
- $SL$  заломлюється і його продовження йде в додатковий фокус  $D$ . Точка перетину  $FO$  і  $LD$  є точка  $S'$ . Це і є уявне зображення точки  $S$  в розсіючій лінзі.

*Приклад 2:* Дано хід променя  $AL$  і хід заломленого променя  $LA'$  в тонкій лінзі. Оптичний центр лінзи  $O$ . Визначити положення головних фокусів лінзи.



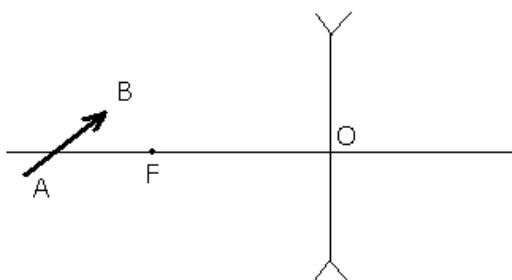
- a) Проводимо  $KO \parallel AL$ , це побічна головна вісь, вона перетне  $LA'$  в побічному фокусі – точці  $D$ .
- b) Проведемо лінію через  $O$ , перпендикулярно до площини лінзи – це головна оптична вісь.
- c) Проведемо  $DF \perp OF$ . Точка перетину і є головний (задній) фокус лінзи.
- d) Проведемо  $MO \parallel LA'$  – це також побічна вісь.
- e) Проведемо  $EF' \perp OF$ ? А тому одержимо головний передній фокус лінзи  $F'$ .

*Приклад 3:* За положенням предмету та його зображення (паралельні стрілки  $AB$  і  $A'B'$ ) відновити положення лінзи та її головних фокусів.

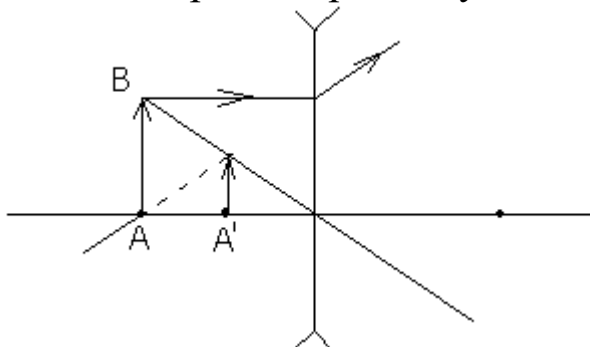


- a) Промені  $AA'$  і  $BB'$  – це промені, що не заломлюються. Тому вони проходять через центр лінзи  $O$ . Лінза – паралельна  $AA'$  і  $BB'$ .
- b) Проводимо головну оптичну вісь ( $OO' \perp$  площини лінзи або  $AB$  і  $A'B'$ ).
- c)  $BC \parallel OO'$ , після заломлення вона пройде через точку  $B'$  і одночасно перетинає головну оптичну вісь в головному фокусі.
- d) Аналогічно з  $B'$ :  $BD' \parallel OO'$  і подібним чином визначаємо інший фокус.

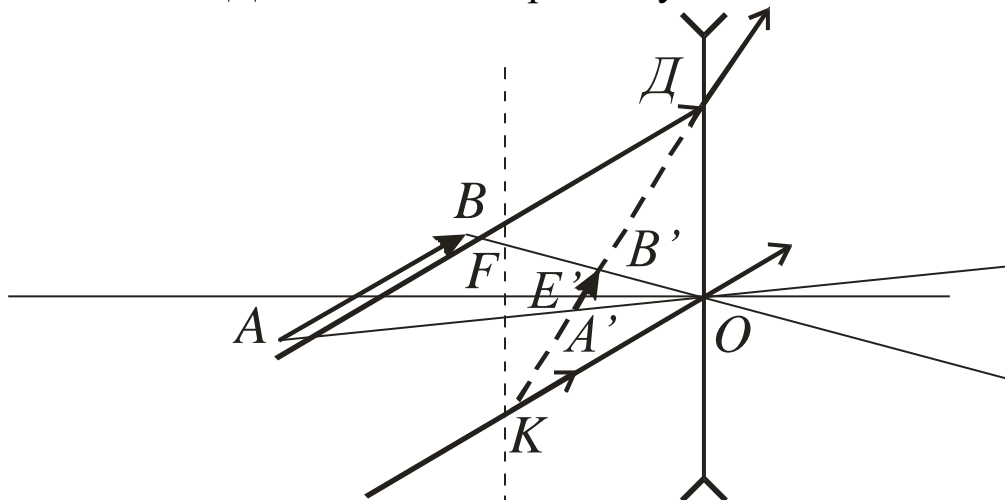
*Приклад 4:* Побудувати нахиленого зображення стрілки  $AB$  в тонкій розсіюючій лінзи.



Базовий малюнок для прямого розташування предмету  $AB$ :

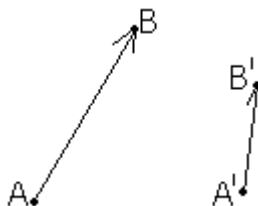


Для нахилоного розташування:

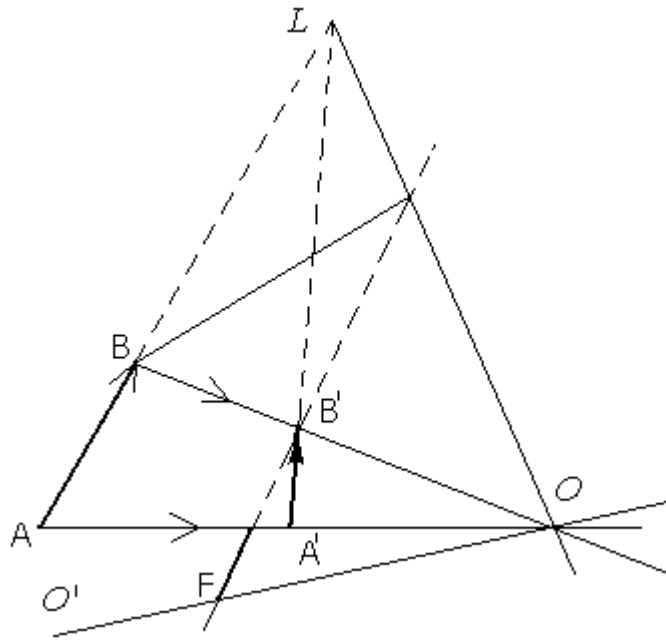


- Проведемо  $AD \parallel AB$ .
- Проведемо  $CO$  – побічну оптичну вісь, що перетинає фокальну площину в точці  $K$  – це побічний фокус. Положення точки  $E'$  – визначено.
- $AO$  – незаломлений промінь,  $BO$  – також, вони перетинаються з  $DK$  в точці  $A'$  і  $B'$ . Зображення  $AB$  є  $A'B'$ .

*Приклад 5:* Відновити положення лінзи та її головних фокусів за відомих положень предмета та його зображення  $AB$  і  $A'B'$ .



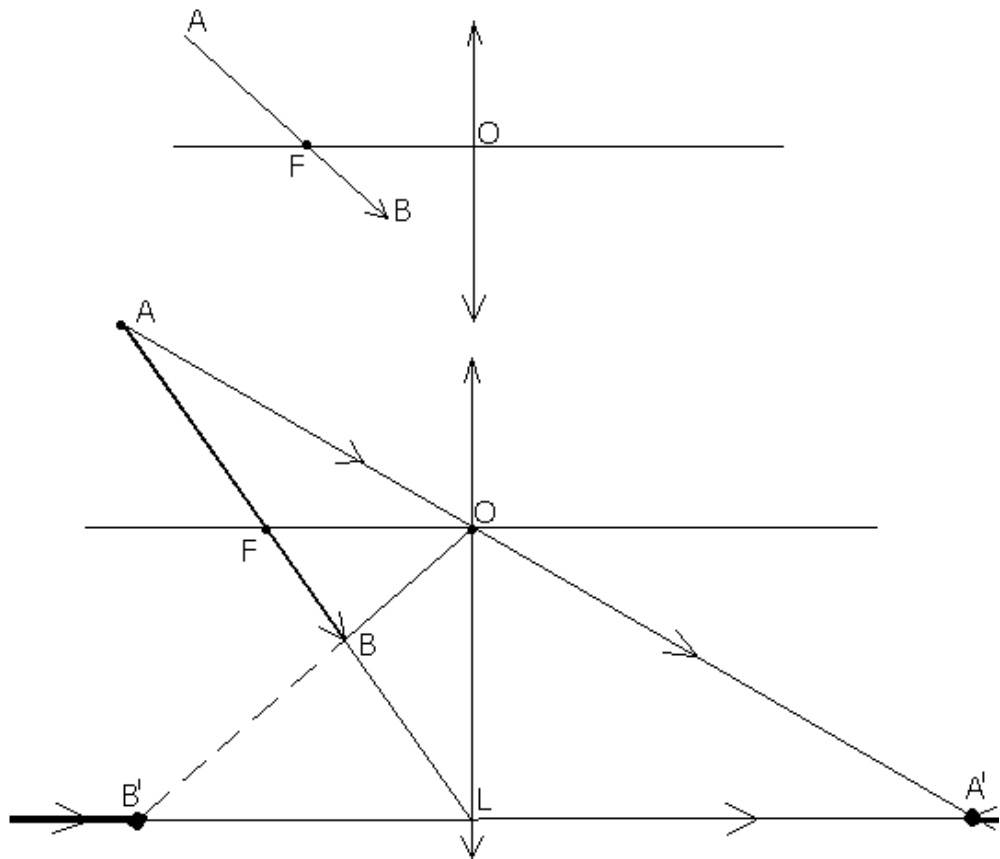




- a) Продовжуємо  $AB$  і  $A'B'$  до перетину, ця точка лежить на лінзі, бо  $AB$  після заломлення пройде через  $A'B'$ .
- b) Через центр лінзи проходять промені, що не заломлюються, тому  $AA'$  і  $BB'$  перетинаються в оптичному центрі.  $LO$  – площина лінзи.
- c) Головна оптична вісь  $OO' \perp LO$ .

*Приклад б:* Побудувати зображення похилої стрілки  $AB$ , що проходить через головний фокус збиральної лінзи.

В такому випадку, коли предмет перетинає фокальну площину, зображення предмета „розірване” – частина зображення – дійсні „світні” точки за лінзою, друга частина – уявне зображення точок (зображення точок перед лінзою).



- a) Зображення стрілки знаходиться на прямій, що одержується з променя  $AB$  після заломлення в лінзі, цей промінь після заломлення паралельний до головної вісі, бо  $AB$  проходить через головний фокус.
- b)  $AO$  і  $BO$  – не заломлюються, їх перетин з  $A'B'$  дають положення точок  $A'$  і  $B'$ .