


# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

## Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка

Факультет математики, природничих наук та технологій  
Кафедра математики та цифрових технологій

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

В.о. завідувача кафедри

 Трифонова О.М.

«1» вересня 2023 року



## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

OK 3 Random processes and their application /  
Випадкові процеси та їх застосування (англійською мовою)

Рівень вищої освіти: другий (магістерський)

Галузь знань: 11 Математика та статистика

Спеціальність: 112 Статистика

Освітня програма: Статистика (Фінансова, страхова та комп'ютерна статистика)

Форма навчання: денна

2023 – 2024 навчальний рік

Робоча програма навчальної дисципліни Random processes and their application / Випадкові процеси та їх застосування розроблена на основі освітньо-професійної програми Статистика (Фінансова, страхова та комп'ютерна статистика), навчального плану підготовки здобувачів вищої освіти освітнього ступеня магістр за спеціальністю 112 Статистика

Розробник: Макарчук Олег Петрович, доцент кафедри математики та цифрових технологій, кандидат фізико-математичних наук

Робочу програму обговорено та схвалено на засіданні кафедри математики та цифрових технологій

Протокол від «1» вересня 2023 року № 1

В.о. завідувача кафедри  д.пед.н., доцент Трифонова О.М.

Робоча програма навчальної дисципліни **Random processes and their application / Випадкові процеси та їх застосування** для студентів спеціальності 112 Статистика за другим (магістерським) рівнем вищої освіти.  
– ЦДУ імені В. Винниченка, 2023.

© Макарчук О.П., 2023 рік

© ЦДУ імені В.Винниченка, 2023 рік

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів: 6,5	Галузь знань <b>11 Математика та статистика</b> (шифр і назва)	<b>Нормативна</b>
Індивідуальне науково-дослідне завдання _____	Спеціальність /напрямок підготовки <b>112 Статистика</b> (шифр і назва)	<b>Семестр</b>
(назва)		1-й
Загальна кількість годин – 195		<b>Лекції</b>
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних 4+2 самостійної роботи студента 8	Освітньо-кваліфікаційний рівень: <b><u>магістр</u></b>	42 год.
		<b>Практичні, семінарські</b>
		42 год.
		<b>Лабораторні</b>
		0- год.
		<b>Самостійна робота</b>
		111 год.
<b>Індивідуальні завдання:</b> 0 год.		
		Вид контролю: <b>екзамен, екзамен</b>

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** формування базових знань, навичок і умінь з теорії стохастичних процесів, потрібних у професійній діяльності за обраним фахом; розвиток теоретико-ймовірнісної інтуїції на прикладах вивчення дискретних та неперервних випадкових моделей, повідомлення основних теоретичних відомостей про методи теорії стохастичних процесів, необхідних для вивчення і застосування елементарних теоретико-ймовірнісних моделей до розв'язування задач страхування, фінансів, економіки, розрахунку ризиків та їх характеристик, навчання відповідному математичному апарату, зокрема методам обробки і аналізу результатів фізичних досліджень, дослідних даних.

**Завдання:** полягає в тому, щоб на прикладах понять та методів теорії ймовірностей і випадкових процесів продемонструвати студентам дію фундаментальних законів докільця, сутність наукового підходу, розвивати у

студентів логічне і алгоритмічне мислення, навчити засобам постановки дослідження й розв'язку математично формалізованих задач.

У результаті вивчення навчальної дисципліни у студента повинні бути сформовані такі **компетентності**:

ЗК2. Здатність спілкуватися іноземною мовою як усно, так і письмово.

ЗК3. Здатність проведення теоретичних та прикладних досліджень на відповідному рівні.

ЗК4. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ФК1. Здатність аналізувати предметні області, формувати, аналізувати та моделювати процеси їх функціонування.

ФК5 Спроможність розробляти ймовірнісно-статистичні моделі ситуацій з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти.

### ***Програмні результати навчання***

ПРН2. Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики та статистики.

ПРН3. Знання типових математичних моделей для дослідження стохастичних явищ та процесів за результатами спостережень при розв'язанні професійних завдань.

ПРН5. Володіння статистичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування процесів реального світу.

ПРН8. Відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання ймовірнісно-статистичних методів у обраній професії.

ПРН13. Інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та/або практичних задач і проблем.

ПРН14. Застосовувати нові підходи для вироблення стратегії прийняття рішень у складних непередбачуваних умовах.

ПРН18. Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу.

## **3. Програма навчальної дисципліни**

### **1-й семестр**

**Розділ 1. Основні властивості та найпростіші моделі випадкових процесів.**

**Тема1.** Скінченновимірні розподіли та вимірні функції.

**Тема2.** Випадкові процеси з незалежними приростами та значеннями.

**Тема3.** Марківські випадкові процеси мартингали.

**Тема4.** Диференціальні та інтегральні перетворення випадкових процесів.

**Тема5.** Стаціонарні випадкові процеси. Граничні теореми.

**Розділ 2. Випадкові процеси з неперервними станами.**

**Тема6.** Класифікація випадкових процесів. Процес Маркова, Гауса, Вінера, Пуассона.

**Тема 7.**Процес чистого розмноження з незалежними від часу або стану інтенсивностями.

**Тема 8.** Процес чистого вимирання з незалежними від часу або стану інтенсивностями.

**Тема 9.** Процеси Маркова з неперервною множиною станів. Рівняння Колмогорова.

2-й семестр

### Розділ 3. Стохастичні моделі.

**Тема1.** Випадкове блукання. Задача про розорення гравця.

**Тема2.** Модель Крамера-Лунденберга.

**Тема3.** Процес Леві.

**Тема4.** Процес Орнштейна-Уленбека. Броунівський міст.

### Розділ 4. Стохастичний аналіз.

**Тема5.** Ортогональні випадкові міри та інтеграли по них.

**Тема 6.**Інтеграл Іто.

**Тема 7.** Формули Іто.

**Тема 8.** Стохастичні диференціальні рівняння.

## 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	денна форма						Заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
л		п	лаб	інд	с.р.	л		п	лаб	інд	с.р.		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
<b>1-ий семестр</b>													
<b>Розділ 1. Основні властивості та найпростіші моделі випадкових процесів.</b>													
Тема1. Скінченновимірні розподіли та вимірні функції.	10	2	2			6							
Тема2. Випадкові процеси з незалежними приростами та значеннями.	10	2	2			6							
Тема3. Марківські випадкові процеси мартингали.	10	2	2			6							
Тема4. Диференціальні та інтегральні перетворення випадкових процесів.	10	2	2			6							
Тема5. Стаціонарні випадкові процеси. Граничні теореми.	14	4	4			6							
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>54</b>	<b>12</b>	<b>12</b>			<b>30</b>							
<b>Розділ 2. Випадкові процеси з неперервними станами.</b>													
Тема6. Класифікація випадкових процесів. Процес Маркова, Гауса, Вінера, Пуассона.	10	2	2			6							
Тема 7. Процес чистого розмноження з незалежними	11	2	2			7							

від часу або стану інтенсивностями													
Тема 8. Процес чистого вимирання з незалежними від часу або стану інтенсивностями	15	4	4			7							
Тема 9. Процеси Маркова з неперервною множиною станів. Рівняння Колмогорова	15	4	4			7							
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>51</b>	<b>12</b>	<b>12</b>			<b>27</b>							
<b>Усього годин</b>	<b>105</b>	<b>24</b>	<b>24</b>			<b>57</b>							

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	денна форма						Заочна форма						
	усьог о	у тому числі					усьог о	у тому числі					
		л	п	ла б	ін д	с.р .		л	п	ла б	ін д	с . р .	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	3
<b>2-ий семестр</b>													
<b>Розділ 3. Стохастичні моделі.</b>													
Тема1. Випадкове блукання. Задача про розорення гравця.	10	2	2			6							
Тема2. Модель Крамера-Лунденберга.	11	2	2			7							
Тема3. Процес Леві.	11	2	2			7							
Тема4. Процес Орнштейна-Уленбека. Броунівський міст	11	2	2			7							
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>32</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			<b>27</b>							
<b>Розділ 4. Стохастичний аналіз.</b>													
Тема5. Ортогональні випадкові міри та інтеграли по них.	10	2	2			6							
Тема 6.Інтеграл Іто.	11	2	2			7							
Тема 7. Формули Іто.	11	2	2			7							
Тема 8. Стохастичні диференціальні рівняння.	11	4	4			7							
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>28</b>	<b>10</b>	<b>10</b>			<b>27</b>							
<b>Усього годин</b>	<b>90</b>	<b>18</b>	<b>18</b>			<b>54</b>							

### 5. Теми семінарських занять

Навчальним планом семінарські заняття для курсу не передбачено.

### 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин

1-ий семестр		
	<b>Розділ 1. Основні властивості та найпростіші моделі випадкових процесів</b>	
1	Скінченновимірні розподіли та вимірні функції.	2
2	Випадкові процеси з незалежними приростами та значеннями.	2
3	Марківські випадкові процеси мартингали.	2
4	Диференціальні та інтегральні перетворення випадкових процесів.	2
5	Стаціонарні випадкові процеси. Граничні теореми.	4
	<b>Розділ 2. Випадкові процеси з неперервними станами</b>	
6	Класифікація випадкових процесів. Процес Маркова, Гауса, Вінера, Пуассона.	2
7	Процес чистого розмноження з незалежними від часу або стану інтенсивностями	2
8	Процес чистого вимирання з незалежними від часу або стану інтенсивностями	4
9	Процеси Маркова з неперервною множиною станів . Рівняння Колмогорова	4
	Разом	24

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
2-ий семестр		
	<b>Розділ 3. Стохастичні моделі.</b>	
1	Випадкове блукання. Задача про розорення гравця.	2
2	Модель Крамера-Лунденберга.	2
3	Процес Леві.	2
4	Процес Орнштейна-Уленбека. Броунівський міст.	2
	<b>Розділ 4. Стохастичний аналіз.</b>	
5	Ортогональні випадкові міри та інтеграли по них.	2
6	Інтеграл Іто.	2
7	Формули Іто.	2
8	Стохастичні диференціальні рівняння.	4
	Разом	18

### 7. Теми лабораторних занять

Навчальним планом лабораторні заняття для курсу не передбачено.

## 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	1-ий семестр	
1	Скінченновимірні розподіли та вимірні функції.	6
2	Випадкові процеси з незалежними приростами та значеннями.	6
3	Марківські випадкові процеси мартингали.	6
4	Диференціальні та інтегральні перетворення випадкових процесів.	6
5	Стаціонарні випадкові процеси. Граничні теореми.	6
6	Класифікація випадкових процесів. Процес Маркова, Гауса, Вінера, Пуассона.	6
7	Процес чистого розмноження з незалежними від часу або стану інтенсивностями	7
8	Процес чистого вимирання з незалежними від часу або стану інтенсивностями	7
9	Процеси Маркова з неперервною множиною станів . Рівняння Колмогорова	7
	Разом	57
	2-ий семестр	
1	Випадкове блукання. Задача про розорення гравця.	6
2	Модель Крамера-Лунденберга.	7
3	Процес Леві.	7
4	Процес Орнштейна-Уленбека. Броунівський міст.	7
5	Ортогональні випадкові міри та інтеграли по них.	6
6	Інтеграл Іто.	7
7	Формули Іто.	7
8	Стохастичні диференціальні рівняння.	7
	Разом	54

## 9. Індивідуальні завдання

Для курсу індивідуальні завдання не передбачено.

## 10. Методи навчання

Лекції із застосуванням мультимедійних технологій навчання, практичні заняття для формування навичок розв'язування задач. Індивідуальні завдання з елементами творчості та завдання на самостійне опрацювання.

## 11. Методи контролю

Теоретичний модуль: проведення математичних диктантів, здача колоквіумів, усне опитування на практичних заняттях.



Практичний модуль: самостійні та контрольні роботи, розв'язування вправ під час заняття. Самостійна та індивідуальна робота: захист індивідуальних робіт, усне опитування, тестування.

## 12. Розподіл балів, які отримують студенти

Приклад для екзамену

Розділ	Розділ 1	Розділ 2
кількість балів	30	30
теоретичний	10	10
практичний	10	10
самостійна робота	10	10

## Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
82-89	<b>B</b>	добре	
74-81	<b>C</b>		
64-73	<b>D</b>	задовільно	
60-63	<b>E</b>		
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## 13. Методичне забезпечення

Матеріали лекцій. Електронні навчальні матеріали до лекцій. Методичні матеріали до практичних занять. Навчальні підручники та посібники, що наявні у бібліотеці університету.

## 14. Рекомендована література

### Базова

1. Bittelli M., Olmi R. Random Process Analysis with R. Oxford: Oxford University Press, 2022. — 513 p.

2. Dougherty E.R. Random Processes for Image and Signal Processing. Bellingham : SPIE Optical Engineering Press ; New York : IEEE Press, 1999. – XXII, 594 p.
3. Grimmett G.R., Stirzaker D.R. Probability and Random Processes. Third Edition. — Oxford University Press, 2001. — 608 p.
4. Дороговцев А.Я., Сільвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теорія ймовірностей та випадкові процеси. Збірник задач. 3-е перер. та доп. видання. – К.: Вища школа, 1996.
5. Єжов С.М. Теорія ймовірностей, математична статистика і випадкові процеси. — Київ: Київський національний університет імені Тараса Шевченка (КНУ), 2001.
6. Сеньо П.С. Випадкові процеси. Львів: Компакт-ЛВ, 2006. — 284 с.
7. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів. Київ: Либідь, 1990. — 168 с.

#### **Допоміжна**

1. Adler R.J. The Geometry of Random Fields. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010. — 295 p. — (Classics in Applied Mathematics 62).
2. Bas E. Basics of Probability and Stochastic Processes. Springer, 2019. — 303 p.
3. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Теорія ймовірностей та теорія випадкових процесів. К.: Київський національний економічний університет (КНЕУ), 2009. — 186 с.
4. Коломієць С.В. Теорія випадкових процесів. Навчальний посібник: у 2 ч. — Суми: ДВНЗ УАБС НБУ, 2010-2013. — 181 с.
5. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. Підручник. — Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2014. –556 с.